СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ АВТОРА

Геодезия, как и астрономия, — одна из древнейших наук, возникших из практической потребности человеческой цивилизации решать задачи землеразделения, установления границ земельных участков, определения их площадей, составления топографических планов и карт. Велика роль геодезии при решении навигационных задач, установлении единых систем координат, проектировании и строительстве инженерных сооружений.

Геодезия является одной из базовых дисциплин на первом курсе, цель которой заключается в получении студентами основ знаний и умений, общих сведений об основных понятиях и определениях, необходимых в их дальнейшем учебном процессе для лучшего понимания других предметов геодезического профиля и будущей деятельности.

Во втором, переработанном издании учебного пособия добавлен подраздел, в котором излагается методика определения радиуса Земли греческим ученым Эратосфеном. Кроме того, пособие дополнено материалом, связанным с решением прямой и обратной геодезической задачей на плоскости. На этой основе дается порядок вычисления прямоугольных координат вершин замкнутого теодолитного хода.

Учебное пособие состоит из введения и четырех частей.

Во вводной части излагается предмет геодезии и ее значение в жизни человеческого общества, дается исторический очерк развития геодезии. Большое внимание уделяется роли геодезии в практической жизни страны.

Первая часть пособия посвящена форме и размерам Земли. Один из подразделов посвящен описанию методики первого в истории естествознания определения радиуса Земли в 240 г. до н. э. греческим философом Эратосфеном. Здесь же даются основные понятия и определения геодезии, относящиеся к изучению формы Земли с древнейших времен до настоящего времени: шар, сфероид, геоид, квазигеоид, общий земной эллипсоид, референц-эллипсоид, нормальная Земля, которые являются важными на всех этапах учебного процесса.

Во второй части пособия особое внимание уделяется картографическим проекциям, позволяющим изобразить сферическую поверхность на плоскости, создавать карты различных масштабов физической поверхности Земли. С 1928 г. в нашей стране принята зональная равноугольная проекция Гаусса — Крюгера и зональная система прямоугольных координат. В пособии излагается ее сущность, приводятся ее преимущества и недостатки.

Третья часть пособия посвящена ориентированию линий (направлений) на местности и на карте с использованием ориентирующих углов: азимутов, дирекционных углов и румбов. Показана связь между различными видами ориентирующих углов и связь между дирекционными углами предыдущей и последующей линий, которая применяется при камеральной обработке теодолитных и тахеометрических ходов.

В четвертой части пособия приводятся сведения о системах координат, применяемых в геодезии. Излагается сущность решения прямой и обратной геодезической задачи, оценка точности полученных невязок приращений координат, их увязке и вычислении прямоугольных координат вершин замкнутого теодолитного хода.

Изучение основ геодезии — важная часть дисциплины «Геодезия» — дает возможность на первом курсе заложить фундамент знаний для последующего усвоения многих геодезических дисциплин, сформировать интерес к будущей профессии.

Для закрепления лекционного материала в каждой части учебного пособия студентам предложены контрольные вопросы, ответы на которые они могут оформить в любом удобном для них виде. Это способствует развитию мыслительной деятельности и формированию профессиональных компетенций.

Автор с благодарностью примет все пожелания и замечания, направленные на улучшение содержания учебного пособия «Основы геодезии».

ВВЕДЕНИЕ

Предмет и задачи геодезии

Геодезия — наука об измерениях на земной поверхности. Другое определение: ***геодезия*** — наука об измерениях и изображении земной поверхности.

Геодезические измерения производятся различными специальными инструментами и приборами на поверхности Земли, в ее недрах, в приземном слое атмосферы, на море и в космосе. Поэтому в курсе геодезии уделяется большое внимание изучению теории, устройству и исследованию геодезических инструментов и приборов, изучению методов и техники производства измерений на земной поверхности. Такие измерения необходимы для изучения формы и размеров Земли и для составления планов и карт, представляющих собой условные изображения на бумаге, на экране компьютера как отдельных участков, так и всей планеты в целом. Таким образом, можно дать следующее определение предмета геодезии:

Геодезия *— наука, занимающаяся посредством измерений на местности определением фигуры и размеров Земли и изображением земной поверхности в виде планов и карт.* Точнее, ***геодезия*** — прикладная математическая наука, которая изучает геометрические соотношения между элементами земной поверхности. Геодезия также включает в себя съемочные и камеральные работы [1, с. 3].

По существу, геодезические знания возникли и сформировались как знания о геометрии окружающего пространства и его объектов. Освоение человеком этого пространства проходило через его геометризацию. Успехи цивилизации явились в некоторой мере функцией успехов в области геометризации. Это вытекает из свойственного человеку пространственно-геометрического мышления, поэтому можно дать следующее определение: ***геодезия** — система знаний и профессиональной деятельности по геометризации и координатизации* [2, с. 30]. Рассмотрение истории геодезии с этих позиций объясняет и древнее происхождение геодезии, и неубывающую значимость геодезических знаний в обществе во все времена, у всех народов. Исследователи выделяют в истории человечества ряд революционных качественных переходов. Например, революцию в верхнем палеолите (появление кроманьонца) и в неолите (переход человека от сбора и добычи продуктов питания, одежды к их производству — земледелию и скотоводству). Эти революции связаны с прогрессом в области геометрических пространственных представлений и умений человека. В период собирательства ему нужно было ориентироваться на местности, знать пространственно-геометрическую структуру своего места обитания, уметь составлять какую-либо геометрическую модель своей ойкумены. Успехи в этой области подтверждаются примитивными схемами, картоподобными изображениями, нанесенными древними людьми на бивни мамонтов, стены пещер, поверхность Земли. Возраст таких изображений составляет десятки тысяч лет.

При переходе людей от собирательства к производству (земледелию) человеку потребовались качественно новые знания линии, плоскости, прямого угла, прямоугольника, окружности, отвесной линии, горизонта. Все это было необходимо для возведения на местности различных сооружений, деления земли на участки. Таким образом, результатом второй революции явились абстрактные понятия о пространстве и практические навыки в измерениях объектов, составившие основу геометрии и геодезии. Так зародилась практическая геометрия (землемерие). Успехи в геометризации стали залогом успехов в эволюции и развитии общества. Прогресс — это, по существу, преодоление трудностей через понимание и освоение геометрической сложности окружающего пространства. Развитие геометрических знаний позволило возводить сложные сооружения (дворцы, храмы), прокладывать каналы, предпринимать длительные географические путешествия. Но прогресс — это также открытие зависимости разнообразных физических свойств объектов и процессов от геометрических свойств и наоборот. Наиболее яркий пример зависимости физического от геометрического — закон всемирного тяготения Ньютона и теория фигуры Земли.

Сначала геодезические измерения выполнялись в основном в двумерном пространстве, в трехмерном — с XVIII–XIX вв., а с середины XX в. по настоящее время геодезия стала применять свои метрические функции к измерению, контролю и моделированию структур в четырехмерном пространстве-времени. По мере расширения сферы обитания общество сталкивалось с новыми пространствами и геометриями: Земля как планета (XVI в.); шельфы, околоземное пространство (XX в.); неевклидовы геометрии; динамическая система «Земля — околоземное пространство». Последняя система — объект «новой геодезии» [3, с. 21–26].

Понятие пространства-времени было геометризовано Минковским. Эйнштейн отмечал [4], что пространственно-временные понятия фигурируют в «законах о природе» и в этом смысле все научное мышление геометрично. Кстати, еще Декарт писал, что представление физических явлений должно осуществляться посредством фигур и движений. Во второй половине XX в. было установлено, что пространство-время в общем случае описывается языком геометрии, и существуют взаимосвязь и взаимообусловленность физических явлений в пространстве-времени и их геометрии. Высказаны надежды полной геометризации физических явлений (Дж. Уиплер).

В геодезии измеряемыми величинами всегда были расстояние, превышение и угол. С их помощью определялась метрика S-пространства, т. е. во всех случаях в конечном итоге измеряемой величиной являлась величина S. Остальное могло быть получено как производное от нее, т. е. как $I = f(S)$. Следовательно, результатом геодезических измерений, обработки, моделирования были S и $f(S)$, характеризующие геометрию окружающего пространства, его метрическую структуру, возможность его освоения. Таким образом, *геодезия формировалась и совершенствовалась как наука о геометрии окружающего пространства, а в понимании специалистов — как прикладная часть геодезии.*

Таким образом, с предметных позиций геодезию следовало бы определять или как науку о геометрии окружающего пространства, или как науку о пространственных отношениях и форме объектов окружающего мира и всего пространства в целом, или как науку, в которой решаются ***три главные задачи****: определение пространственного положения объектов; определение формы и размеров объектов пространства и самого пространства; получение геометрических, аналитических и цифровых моделей пространства и моделирование этого пространства.*

Наконец, еще одно определение: ***геодезия*** *— система знаний и профессиональной деятельности по измерению, определению, контролю и моделированию геометрии окружающего пространства.*

Геодезия — греческое слово (произошло от греческих слов *гео* — Земля и *дазоман* — делю), в переводе на русский язык означает «землеразделение».

Можно дать следующее общее определение предмета геодезии:

Геодезия *— наука о методах и технике производства измерений на земной поверхности для определения фигуры и размеров Земли, изображения земной поверхности в виде планов, карт и ее вертикальных разрезов в виде профилей, решения разнообразных задач народного хозяйства и создания геодезических опорных сетей как основы для выполнения перечисленных задач* [5, с. 4–19].

С развитием человеческого общества, повышением уровня науки и техники меняется и содержание геодезии. Так, сравнительно недавно перед геодезической наукой была поставлена задача изучения геодезическими методами горизонтальных и вертикальных движений земной коры. Содержание геодезии за последнее время значительно расширилось в связи с запуском искусственных спутников Земли и космических ракет.

Задача определения фигуры и размеров Земли, изучения вертикальных и горизонтальных движений земной коры составляет предмет высшей геодезии.

Высшая геодезия изучает методы определения формы уровенных поверхностей и съемки больших участков земной поверхности посредством горизонтальной проекции и системы высот с учетом формы уровенных поверхностей. Вопросы, связанные с изображением небольших частей земной поверхности в виде планов, составляют предмет геодезии и топографии. Другими словами, к высшей геодезии относятся все способы измерений и вычислений, в которых учитывается непараллельность уровенных поверхностей и действительная кривизна земной поверхности. К геодезии, наоборот, относятся все способы измерений и вычислений, в которых не учитывается реальная кривизна земной поверхности и за поверхность относимости принимается горизонтальная плоскость.

В конце XX в. и в первом десятилетии XXI в. в нашей стране в определении и понимании геодезии можно выделить три уровня:

1) геодезия как практическая геометрия (первая треть столетия и середина XX в.);

2) геодезия как наука о фигуре Земли (середина XX в.);

3) геодезия как наука о фигуре Земли и внешнем гравитационном поле (начало XXI в.).

Первый уровень понимания геодезии можно назвать классическим, он идет от древних греков и римлян. Кстати, еще в 1948 г. А. С. Чеботарев в своей двухтомной «Геодезии» определил ее как науку о землеизмерении.

Истоки второго уровня понимания геодезии связаны с научной революцией XVI–XVII вв., с именами Ньютона и Клеро, заложивших основы теоретической геодезии. В 30-е гг. XX в. в нашей стране сформировался комплекс проблем, относившихся к определению координат пунктов: введение системы прямоугольных координат Гаусса — Крюгера, определение отечественного референц-эллипсоида и введение референцной системы координат, получившей впоследствии название системы координат 1942 г. Ф. Н. Красовский отмечал: «…только с 1932 года начинается в наших основных астрономо-геодезических работах то надлежащее их развитие, которое отвечает в полной мере запросам в СССР к главной геодезической основе как со стороны практической, так и со стороны научной» [6, с. 411].

Источник третьего уровня понимания геодезии приходится на 30-е гг. XX в. Красовский писал: «К этому времени вопрос использования гравиметрических материалов в целях геодезических получил для нас особую остроту» [6, с. 419]. В 1935 г. М. С. Молоденский разработал метод астрономо-гравиметрического нивелирования, первое практическое применение которого относят к 1939 г. В геодезию входит ряд новых понятий: квазигеоид, нормальная высота (1951) и др. По предложению Ф. Н. Красовского осуществляется переход к обработке геодезических сетей путем их редуцирования на эллипсоид по методу проектирования. В результате вполне четко стали понимать, что изучение фигуры Земли должно идти по линии совместного использования астрономо-геодезических и гравиметрических измерений. В литературе определение третьего типа сначала появилось применительно к высшей геодезии, а затем и к геодезии. У П. С. Закатова в его курсе «Высшей геодезии» (1976) главная научная задача геодезии определена как изучение фигуры и внешнего гравитационного поля Земли.

Современное определение ***геодезии*** — наука об определении пространственного положения систем и объектов и об измерении их геометрических характеристик [7, с. 8]. В настоящее время понятие «геодезия» представляет собой цикл геодезических наук, который состоит из следующих дисциплин:

1) высшая геодезия;
2) геодезическая астрономия;
3) топография;
4) картография;
5) аэрофотогеодезия;
6) космическая геодезия;
7) геодезическая гравиметрия;
8) прикладная геодезия;
9) радиогеодезия;
10) геодезическое приборостроение.

Геодезия связана с многими науками: астрономией, космонавтикой, математикой, физикой, географией, геологией, техникой и автоматикой и др. Найдется мало наук, которые не использовали бы графический и цифровой материал, получаемый геодезией. Н. И. Лобачевский утверждал, что все, что существует в природе, подчинено необходимому условию быть измеряемым. Мы это видим на самом деле. Без геодезии не было бы добывающей промышленности, строительства, развития транспорта, без кадастровых съемок невозможно юридически обосновать права граждан на владение землей [7, с. 9].

Высшая геодезия решает задачи по изучению фигуры и размеров Земли и других планет Солнечной системы, а также по созданию государственных геодезических сетей.

Геодезическая астрономия занимается определением исходных астрономических координат для опорных геодезических сетей на основе наблюдений небесных тел (главным образом, звезд).

Геодезия, или ***топография***, изучает вопросы, связанные с топографической съемкой сравнительно небольших участков земной поверхности и их детальным изображением в виде планов и карт.

Изучение методов и процессов создания карт значительных территорий относится к ***картографии.*** Вопросы, связанные с получением планов и карт путем фотографирования с воздуха, составляют предмет ***аэрофотографии.***

Прикладная (инженерная) геодезия занимается изучением методов геодезических работ, выполняемых при изысканиях, строительстве и эксплуатации инженерных сооружений, монтаже оборудования, а также эксплуатации природных богатств страны.

Космическая (спутниковая) геодезия изучает геометрические соотношения между точками земной поверхности с помощью искусственных спутников Земли (ИСЗ).

Геодезическая гравиметрия занимается изучением фигуры Земли и ее гравитационного поля путем измерения силы тяжести в отдельных пунктах на земной поверхности [8, с. 7].

Таким образом, ***основной задачей курса геодезии*** является изучение измерительных, вычислительных и графических методов, которыми пользуется геодезия при определении пространственных отношений между различными предметами и объектами, расположенными на незначительных частях физической поверхности Земли.

Современная геодезия представляет собой сложную многогранную науку, опирающуюся на последние достижения фундаментальных наук: высшей математики, физики, астрономии. В настоящее время сложно указать область знаний и практической деятельности человека, которые в той или иной мере не нуждались бы в услугах геодезии.

Геодезия нужна геологии, геофизике, геоботанике. Без нее не могут обойтись инженерные науки. Геодезия необходима для военного и морского дела.

Сама же геодезия нуждается в сведениях, относящихся ко многим научным дисциплинам: она опирается на математические дисциплины, знание физических процессов и явлений. Математика вооружает геодезию средствами анализа и методами обработки результатов измерений. На основе законов физики рассчитываются оптические приборы.

Геодезии нужна астрономия для определения положения точек на земной поверхности и ориентирования относительно сторон света. В настоящее время геодезия складывается как наука из ряда отдельных дисциплин, и в ней происходят революционные изменения. Начало этим преобразованиям положили спутниковые системы — высокоточные носители координат и времени. Сегодня функционируют спутниковые глобальные системы ГЛОНАСС (Россия) и Навстар (GPS, США) и др. Эти системы позволяют определять разности координат фиксированных пунктов с относительной погрешностью $1 \cdot 10^{-6}$ от расстояния между ними и с погрешностью от сантиметров до 1–2 дм движущихся объектов относительно неподвижных объектов (пунктов). Особенности спутниковых систем (будущее геодезии) — высокая автоматизация и относительная автономность. Относительная автономность заключается в том, что не требуется последовательного развития геодезической сети с обеспечением взаимной видимости соседних пунктов для получения координат. Появится возможность в достаточно большом радиусе (десятки и сотни километров) определять взаимное положение двух или нескольких спутниковых приемников. При этом должна быть обеспечена прямая видимость с каждого пункта на необходимое созвездие спутников, т. е. налицо высокоточное, оперативное, автономное определение координат, что коренным образом меняет технологию геодезических работ. На территории нашей страны имеется около 350 000 геодезических пунктов 1–4-го класса, и для их сохранения, поддержания сети координат на современном уровне требуется периодическое обследование и восстановление.

Исторический очерк развития геодезии

Не многие из современных наук обладают столь древней историей, как геодезия. Не относясь к фундаментальным наукам, геодезия дала жизнь многим из них.

Потребность в геодезических измерениях и изображении Земли у человечества возникла в глубокой древности и главным образом в связи с определением границ земельных участков, их разделением по владельцам, строительством городов, крепостей и ирригационных сооружений. Дошедшие до нас памятники свидетельствуют о том, что за много веков до нашей эры (XX–X вв. до н. э.) в Египте и Китае имелись представления о том, как в различных случаях измерять различные земельные участки. Приемы измерения Земли были известны и в Древней Греции. Таким образом, геодезия как наука складывалась и развивалась тысячелетиями. Уже в те времена геодезия решала значительно более сложные задачи. В Вавилоне была создана сложная ирригационная система, регулирующая разливы рек Тигра и Ефрата, в Древнем Египте (4000–3000 лет до н. э.) были созданы большие оборонительные сооружения и ирригационные системы, строились грандиозные пирамиды (Хуфу). В VI–IV вв. до н. э. Пифагором и Аристотелем были высказаны предположения о шарообразности Земли, перед геодезией встала научная задача по определению радиуса Земли. Первая попытка определить радиус Земли была сделана Эратосфеном (276–196 гг. до н.э.) путем измерения дуги меридиана и измерения разности широт конечных точек этой дуги [9, с. 58–59]. В п. 1.2 будет подробно изложен способ определения радиуса Земли Эратосфеном.

После Эратосфена греки и арабы несколько раз определяли размеры Земли. Особый интерес представляют градусные измерения, выполненные в 827 г. н. э. [9, с. 58–65], в период расцвета Арабского халифата калифом Аль-Мамуном (786–833 гг.) — сыном известного Гарун-Аль-Рашида, в долине Синджар в Месопотамии. К северу и к югу от точки с широтой 35° измеряли дуги меридиана величиной в 1°. При этом впервые были произведены как угловые, так и линейные измерения с удивительной для своего времени точностью: длина дуги 1° меридиана оказалась равной 111,8 км (вместо 110,95 км по современным данным), т. е. ошибочной менее чем на 1 %, а радиус земного шара равным 6406 км.

После этой выдающейся работы долгое время не проводилось никаких исследований по определению фигуры Земли.

В Средние века, в период господства церкви и инквизиции, наука греков и арабов была забыта, правильные научные представления о Земле и небесных светилах объявлялись ересью, выдающиеся мыслители подвергались жестоким преследованиям. Наступает эпоха мрачного Средневековья. По образному выражению С. Цвейга, дух человеческий парализован как после смертельно опасной болезни, человечество больше ничего не желает знать о мире, который он населяет. И самое удивительное — все, что люди знали ранее, непонятным образом ими забыто.

Только в эпоху Великих географических открытий начинается эра Возрождения и новый расцвет наук и искусства. После кругосветного путешествия Магеллана в 1519–1522 гг. сомневаться в шарообразности Земли было уже невозможно.

Развитие мореплавания и торговли, новые путешествия требовали подробных и точных карт, которые могли быть созданы только на основе правильных данных о размере земного шара. В связи с этим был предпринят ряд новых попыток определить размеры Земли. Наиболее удачным для того времени оказалось измерение, выполненное в 1528 г. французским ученым и придворным врачом Жаном Фернелем (1497–1558), определившем дугу меридиана между Парижем и Амьеном. Он получил длину дуги в 1° парижского меридиана равной 56 747 тоазам (1 тоаз = 1,94904 м), или 110,6 км (ошибка по сравнению с современными данными составляет 0,1 %)

Однако новая эпоха в истории градусных измерений начинается с 1614 г., когда голландский астроном и математик Снеллиус (1580–1626) предложил метод триангуляции. При помощи триангуляции можно точно определять на местности длины дуг в сотни и тысячи километров. Так была исключена основная трудность в организации градусных измерений — проведение линейных измерений большой протяженности. Большой вклад в повышение точности градусных измерений, внедрение метода триангуляции, его совершенствование сделал французский академик Жак Пикар (1620–1682), который впервые снабдил полевые геодезические приборы зрительными трубами с сетками нитей. Эти приборы явились прообразом современных теодолитов. В 1669–1670 гг. Ж. Пикар повторил градусное измерение Фернеля между Парижем и Амьеном, построив цепь из 13 треугольников.

Измерения Ж. Пикара дали небывало точный для того времени результат длины дуги 1° парижского меридиана — 111,211 км. Ж. Пикар ошибся менее чем на 10 м. Радиус Земли определен им в 6372 км. Работами Ж. Пикара завершается первый период в изучении фигуры Земли, длившийся свыше 2 тыс. лет, когда считалось, что Земля является правильным шаром. Так же считал и сам Ж. Пикар.

Важный период в изучении формы и размеров Земли связан с именем великого английского ученого И. Ньютона (1642–1727).

И. Ньютон показал, что фигурой равновесия однородного жидкого тела, все точки которого подвержены взаимному притяжению, является шар, поскольку равнодействующая всех сил направлена вдоль радиуса к центру. На вращающуюся же жидкую массу, помимо силы тяжести, действует еще центробежная сила, возрастающая от полюсов к экватору и стремящаяся приплюснуть шар у полюсов. В результате этого фигурой равновесия вращающейся жидкой массы становится не шар, а эллипсоид вращения с малым сжатием.

Сохранились сведения о геодезических работах, выполненных в России. Потребность в измерениях Земли возникла на Руси в очень отдаленные времена. В Государственном Эрмитаже хранится камень, на котором высечена надпись : «В лето 6576 Глеб князь мерил морем по льду от Тьмутороканя до Корчева 11 тысяч сажен». Это означает, что в 1068 г., т. е. в XI в., было измерено расстояние между городами Таманью и Керчью через Керченский пролив по льду. Измерения земной поверхности производились не только в интересах землевладения и земельного обложения налогами, но и для строительства и военных целей. На западных и восточных рубежах нашей родины сохранились остатки оборонительных сооружений, свидетельствующие о таланте и мастерстве древнерусских строителей. Русская землеизмерительная техника развивалась также под влиянием потребности государства в географической карте. Карта Московского государства «Большой чертеж» была первой русской картой. Время составления неизвестно. Изготовленная в единственном экземпляре, она пополнялась, исправлялась и в 1627 г. за ветхостью заново была вычерчена. В 1697 г. сибирским «летописцем» С. Ремезовым была составлена подробная карта Сибири (2 × 3 м, на холсте). Это были главные картографические работы, исполненные в России в допетровскую эпоху.

Новые экономические условия и политическая обстановка, сложившаяся при Петре I (1672–1725) предъявляют новые требования к карте. В 1696 г. были выполнены топографические съемки на Дону, в 1715 г. — на Иртыше. В 1718–1722 гг. геодезисты Евреинов и Лужин выполнили топографические работы на Камчатке и Курильских островах с целью картографирования отдаленных районов Российской империи. В 1739 г. был учрежден Географический департамент Петербургской академии наук, он объединил картографические работы в стране (в 1757–1763 гг. во главе его стоял М. В. Ломоносов).

К концу XVIII в. было определено 67 астрономических пунктов. Первые геодезические опорные сети были проложены в Виленской губернии и Прибалтийском крае в 1816 г. методом триангуляции и связаны с именами В. Я. Струве и К. И. Теннера.

Научная постановка таких работ в России принадлежит Василию Яковлевичу Струве (1793–1864) — основателю и первому директору Пулковской обсерватории [10, с. 15–18].

В 1822 г. в России был организован Корпус военных топографов — съемочные работы получили быстрое развитие. Кроме того, съемки производило Межевое ведомство, Главное гидрографическое управление, Геологический комитет, Горное ведомство и Русское географическое общество.

В конце XIX в. вдоль дорог стали производить точное нивелирование, для закрепления которого на станционных зданиях и в стенах капитальных сооружений закладывались постоянные знаки — марки и реперы.

Роль геодезии в практической жизни страны

Значение геодезии в народном хозяйстве нашей страны трудно переоценить. За последнее время произошли огромные изменения в развитии науки и техники, в том числе в развитии геодезии и картографии. Геодезисты одними из первых научно оценили и практически использовали ИСЗ (в результате появилось новое направление — ***космическая геодезия***). Съемки из космоса положили начало ***космической картографии.***

На Федеральную службу геодезии и картографии (ФСГК) была возложена задача обеспечения фотографических съемок из космоса и связанные с этим картографические работы. Не раз в сообщениях ТАСС рассказывалось о запусках искусственных спутников Земли серии «Космос», предназначенных для исследования природных ресурсов Земли в интересах различных отраслей народного хозяйства нашей страны и международного сотрудничества. Поступающая со спутника информация обрабатывается и используется в основном для составления тематических карт, необходимых самым различным отраслям народного хозяйства и науки. По материалам космической съемки могут успешно картографироваться малообследованные и труднодоступные территории Памира, Крайнего Севера и Антарктиды.

Геодезические и картографические работы сейчас развиваются на основе широкого применения современных электронно-оптических свето- и радиодальномеров, электронных тахеометров, глобальных систем позиционирования, лазерного сканирования и других методов и приборов, построенных с применением новейших технологий. Особенно широко внедрилась в практику работ электронно-вычислительная техника. Геодезические и фотограмметрические вычисления, основанные на использовании современных ЭВМ, достигли такого уровня, что теперь решаются задачи, которые еще недавно считались практически нереальными.

В настоящее время появились новые направления, имеющие важное научное и практическое значение, — это изучение деформаций земной коры геодезическими методами и картографирование шельфа.

Систематическое проведение высокоточных астрономо-геодезических (триангуляционных, трилатерационных, полигонометрических, спутниковых, нивелирных и гравиметрических) измерений и производство аэрокосмических съемок могут внести существенный вклад в развитие теории, а в будущем и в организацию прогноза землетрясений. Эта задача соответствует основному направлению современной геодезии, которая ставит целью измерение не только формы, размеров и гравитационного поля Земли, но и изменения их во времени. Чем выше информативность карт шельфа, тем больше их хозяйственная и научная ценность. Вопрос информативности карт шельфа является ключевым вопросом проблемы топографической съемки шельфа, изучения мирового океана и его ресурсов.

Для обеспечения непрерывного роста производительных сил страны необходимо изучать ее территорию в топографическом отношении. Эта задача успешно решается при помощи карт различных масштабов, создаваемых по результатам геодезических работ. Геодезия играет важную роль при решении многих весьма ответственных задач, например, при изыскании, проектировании и строительстве гидротехнических сооружений (гидростанций, каналов), промышленных сооружений (заводов, фабрик, электростанций и пр.), железных дорог, городов и населенных пунктов, аэродромов, подземных сооружений (метрополитена, шахт кабельных линий, различных трубопроводов), линий электропередач, при землеустройстве, при лесоустройстве.

Монтаж уникального оборудования автоматических линий большого протяжения, мощных ускорителей ядерных частиц, радиотелескопов должен быть выполнен с весьма высокой точностью (10 ÷ 20 мкм) в плане и по высоте.

Опыт показывает, что такие задачи успешно решаются геодезическими методами. Велико значение геодезии в обороне страны. Вся армия в целом нуждается в картах различных масштабов: по ним изучают местность, на которой предстоит действовать, на них изображаются боевые операции войск. Некоторые рода войск имеют в своем составе специальные геодезические подразделения. Таким образом, в настоящее время трудно указать область хозяйства нашей страны, в которой геодезия и геодезические расчеты не имели бы существенного значения.

Важнейшая роль принадлежит геодезии в составлении и ведении государственного земельного кадастра. Данные земельного кадастра необходимы для рационального использования земель и их охраны, регулирования земельных отношений между пользователями, планирования различных видов деятельности, обоснования размеров платы за землю и решения других задач [8, с. 9] .

Организация геодезической службы России

После Октябрьской революции 1917 г. и до настоящего времени был проведен огромный объем работ в области геодезии и картографии. 15 марта 1919 г. В. И. Ленин подписал декрет о создании Государственной картографо-геодезической службы, определяющей цели и задачи советской геодезии. Геодезия и картография в СССР развивались на высоком уровне, обслуживая многочисленные отрасли народного хозяйства. В 1928 г. был создан Центральный научно-исследовательский институт геодезии, аэросъемки и картографии (ЦНИИГАиК), занимающийся вопросами науки.

За годы существования СССР были проведены большие геодезические работы под руководством Главного управления геодезии и картографии (ГУГК). В период с 1940 по 1945 г. была создана Государственная карта СССР в масштабе 1 : 1 000 000. До Октябрьской революции геодезическая изученность территории нашей страны составляла 11 %, а к 1945 г. достигла 44 %. Дореволюционная геодезическая промышленность была представлена несколькими геодезическими мастерскими. В настоящее время в небольших объемах разрабатываются и выпускаются высокоточные и сложные геодезические инструменты.

За годы советской власти развилась аэрофотосъемка, которая проводила съемочные работы на огромных пространствах нашей страны. В области геодезии и картографии в разное время работали и работают немало видных ученых. Член-корреспондент АН СССР Ф. Н. Красовский сделал огромный вклад в постановку и создание опорных геодезических сетей. Профессор В. В. Данилов работал в области высшей геодезии. Большой вклад в разработку научных проблем геодезии внесли В. В. Попов и Н. О. Урмаев. Заслуженный деятель науки и техники А. С. Чеботарев известен своими крупными работами в области теории вероятности по способу наименьших квадратов, точных линейных измерений. М. С. Молоденский, П. С. Закатов известны своими работами в области высшей геодезии, П. М. Орлов, П. И. Шилов и др. — в области инженерной геодезии.

В последние годы были разработаны и внедрены новые передовые технологии: широкое применение аэрокосмического комплекса — спутниковая навигация, создание и успешное применение геоинформационных систем (ГИС). Они позволили собрать уникальную информацию о поверхности Земли и отдельных ее частях.

Отметим только основные достижения последнего времени:

- создание общеземной системы координат СК-95 со средней квадратической ошибкой взаимного положения пунктов 1–2 дм;
- определение параметров фигуры, размеров и гравитационного поля Земли, земного эллипсоида, фундаментальных астрономических и геодезических постоянных;

• получение данных о поверхности Мирового океана;

• получение фотографического изображения земной поверхности из космоса в масштабах от 1 : 10 000 до 1 : 1 000 000 с разрешением на местности от 1 до 10 м.

Создание модели Земли позволяет определить ее теоретическую фигуру — как геоид со средней квадратической ошибкой (СКО) высот относительно земного эллипсоида порядка 1–2 м.

Космическая съемка дает возможность строить планово-высотное обоснование карт, обновлять старые карты и создавать топографические документы в масштабе 1 : 50 000 и мельче.

Площадь Российской Федерации 17,1 млн кв. км, и на сегодняшний день картографической продукцией масштаба 1 : 25 000 — 1 : 1 000 000 обеспечена вся территория страны, а масштаба 1 : 10 000 — 30 % всей территории. В обновлении нуждается до 70 % различного картографического фонда.

В архивах Федеральной службы и Росреестра имеется порядка 2,5 млн космических снимков, полученных за последние 15–20 лет, а также серии топографических и тематических карт, созданных на основе аэрокосмических съемок. Быстрый доступ, эффективное манипулирование, комплексная обработка и системный анализ столь значительных объемов различной пространственной информации возможны только с использованием ГИС-технологий. Созданы цифровые электронные карты (ЦЭК) масштаба 1 : 1 000 000. Ведутся работы по созданию карт масштаба 1 : 200 000, 1 : 4 000 000 и 1 : 15 000 000. Цифровые карты масштабов 1 : 25 000 и 1: 5 000, а также планы городов масштабов 1 : 10 000 — 1 : 500 на наиболее развитые районы России планируется создать к концу 2020 г. Однако следует отметить, что, несмотря на все достигнутое, уровень отечественной цифровой картографии отстает от мирового на 15–20 лет.

1. ФОРМА И РАЗМЕРЫ ЗЕМЛИ

1.1. Идея шарообразности Земли античных философов

Проблема установления действительных размеров и формы Земли является одной из важнейших проблем естествознания и волнует человечество с древнейших времен до наших дней. Идея шарообразности Земли возникла еще у древних греков (Пифагор, IV в. до н. э.; Парменид, IV–V вв. до н. э.; Аристотель, IV в. до н. э.), но потом оставалась в забвении более полутора тысяч лет, до времен Колумба и кругосветных путешествий.

Пифагор к идее шарообразности пришел чисто умозрительным путем, считая, что самым совершенным из геометрических тел является шар, значит и Земля должна иметь такую же форму.

Аристотель имел уже первые научные доказательства шарообразности Земли из наблюдений лунных затмений. По форме тени на лунном диске можно было представить Землю выпуклым шарообразным телом. Кроме того, наблюдая за появлением верхней и исчезновением нижней части корпусов кораблей на морском горизонте, можно судить о том, что поверхность Земли выпуклая.

1.2. Первые измерения Земли

То, что Земля является шаром, убедительно обосновал Аристотель (384–322 гг. до н. э.), поскольку, как он говорил, «в противоположном случае во время лунных затмений мы не видели бы на Луне такого четкого круглого сегмента...». Поскольку лунные затмения образуются земной тенью, то и Земля должна иметь вид шара.

Размеры нашей планеты впервые удалось определить в 240 г. до н. э. знаменитому древнегреческому математику, географу и астроному Эратосфену (276–196 гг. до н. э.), жившему в Александрии и служившему хранителем знаменитой Александрийской библиотеки.

Эратосфен знал, что Сиена (нынешней Асуан) находится южнее Александрии, примерно на одном меридиане с ней. В полдень 21 июня Солнце в Сиене, в точке *A* (рис. 1) находится в зените (отражалось в глубоких колодцах), его зенитное расстояние равно 0°. В этот же момент, т. е. в полдень, в Александрии (точка *B*) Солнце имело зенитное расстояние 7° 12′, оказавшееся равным 1/50 окружности.

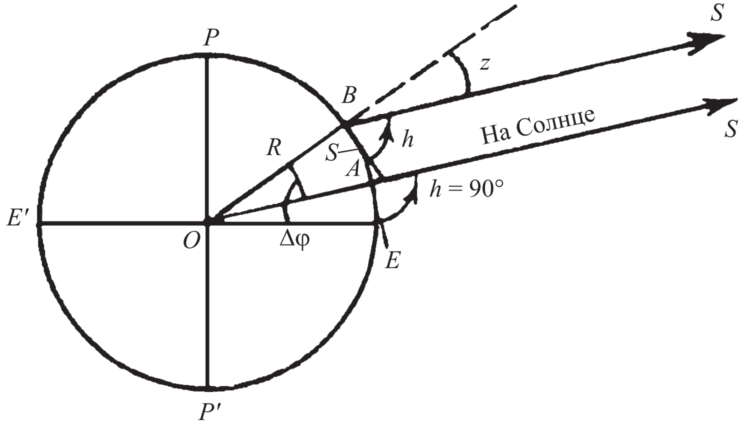

Рис. 1. Определение радиуса Земли Эратосфеном [9, с. 59]

Эратосфен установил, что длина окружности меридиана составляет 250 000 стадий. Считая, что Солнце практически находится в бесконечности, то линии *AS* и *BS* параллельны и угол с вершиной в центре Земли $\Delta\varphi = z$. Из рис. 1 имеем, что

$$S/R = \Delta\varphi/\rho, \text{ откуда } R = S\rho/\Delta\varphi, \quad (1)$$

где *S* — расстояние между точками *A* и *B*.

Расстояние между Сиеной и Александрией *S* оценивалось в 5000 египетских стадий. Оно было определено Эратосфеном по времени перехода каравана верблюдов из Сиены в Александрию и обратно и средней скорости перехода из рассказов купцов. Стадией греки и египтяне считали расстояние, равное в метрической системе мер примерно 158–185 м, которое человек спокойным шагом мог пройти от момента появления Солнца над горизонтом до момента появления всего диска Солнца. Таким образом, значение одного стадия есть величина переменная, которая зависит от длины стопы человека.

Подставляя в формулу (1) $S = 0{,}5(158 \text{ м} + 185 \text{ м})\,5000 = 857500$ м, $\rho = 3437{,}75'$, $\Delta\varphi = 7°\ 12'$, получим $R = 6823{,}8$ км, который отличается от современных данных примерно на 453 км. Это было первое определение радиуса Земли, которое привело Эратосфена к его анализу и размышлениям. Как человек наблюдательный, он обратил внимание на то, что большинство людей имеют небольшую длину стопы ног. Эратосфен выполнил несколько определений радиуса Земли, принимая за стадий разные его значения. На основании приведенных выше рассуждений, если стадия соответствует 157,5 м, то радиус Земли должен был равняться 6290 км. Таким образом, погрешность измерения в данном случае составляла бы всего 1,3 %. Принимая наиболее вероятную длину стадии равной 160 м, получаем земной радиус, равный 6400 км. Современные определения среднего радиуса Земли — 6371,11 км.

После Эратосфена определением радиуса Земли занимались греки и арабы, знаменитый Магеллан, который своим кругосветным путешествием подтвердил шарообразность Земли, придворный врач французского короля Жан Фернель, французский академик Жак Пикар и др.

Примененный Эратосфеном способ определения радиуса получил название астрономо-геодезического метода, который и в настоящее время применяется при изучении фигуры и размеров Земли.

1.3. Основные понятия геодезии

Несмотря на то, что общая форма и размеры Земли изучаются уже много веков, до настоящего времени о них нет таких данных, которые дали бы возможность составить уравнение ее поверхности и вполне соответствовали бы современной точности измерений.

Физическая поверхность Земли имеет сложную форму: 71 % ее поверхностной площади занимают моря и океаны и только 29 % — суша. Однако самые высокие горы и самые большие глубины океанов, по сравнению с размерами всей Земли, ничтожно малы. Например, на глобусе диаметром в 60 см вершина Джомолунгма (Эверест), высотой 8848 м, будет изображена всего лишь как крупинка диаметром 0,25 мм. Средняя глубина Мирового океана 3794 м и средняя высота суши над уровнем океана — 875 м.

В истории изучения фигуры Земли можно выделить следующие *основные периоды:*

1) с древнейших времен до конца XVI в., когда Землю считали шаром;

2) с конца XVI в. до второй половины XIX в., когда ее считали несколько сплюснутым у полюсов шаром, сфероидом;

3) со второй половины XIX в. до 40-х гг. XX в., когда было установлено, что эллипсоид вращения — сфероид — является только вторым приближением к истинной форме Земли (считая за первое шар). И что будет правильно представлять ее трехосным эллипсоидом, хотя трехосный эллипсоид является приближенным отображением более сложной формы земного шара, названной геоидом;

4) с 40-х гг. XX в. по настоящее время, когда за фигуру Земли принимают сложное тело, ограниченное физической поверхностью Земли.

Геодезические измерения, выполняемые в любой точке физической поверхности, связаны с направлением отвесной линии в этой точке. Например, при измерении горизонтального угла теодолит устанавливают по уровню в вершине измеряемого угла так, чтобы вертикальная ось инструмента была совмещена с отвесной линией в данной точке.

Простейший прибор — отвес — показывает направление действия силы тяжести; подвешенный на нити груз под действием силы тяжести натягивает нить, которая и указывает направление отвесной линии в данной точке.

Известно, что сила тяжести G есть равнодействующая двух сил: силы притяжения F и силы тяготения P (рис. 2).

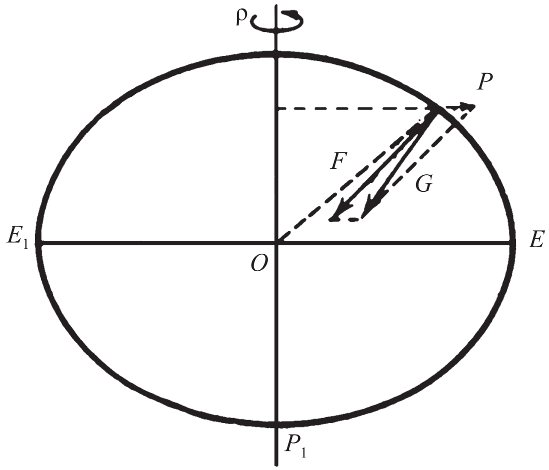

Рис. 2. К понятию о силе тяжести [11, с. 8]

Вектор силы тяготения F направлен приблизительно к центру Земли. Наибольшее значение сила F имеет на полюсах и наименьшее на экваторе. Центробежная сила P максимальное значение имеет на экваторе, где она составляет приблизительно 1/288 от величины силы F. На полюсах сила P равна нулю. Следовательно, сила тяжести на земной поверхности непрерывно увеличивается от экватора к полюсам, и на полюсах имеет максимальное значение.

В свою очередь, сила земного притяжения F есть равнодействующая притяжения всех масс, заключенных в теле Земли. Значит, величина и направление силы обусловлены распределением этих масс. Отсюда следует, что и направление отвесной линии тоже зависит от распределения масс в теле Земли.

При равномерном распределении масс уровенная поверхность будет занимать положение, указанное пунктиром. При наличии массы M с преувеличенной плотностью уровенная поверхность будет иметь некоторый выгиб кверху (рис. 3).

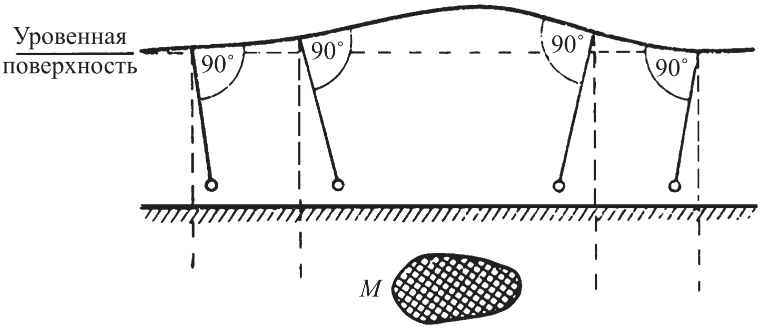

Рис. 3. Вид уровенной поверхности [11, с. 9]

Также известно, что в гравитационном поле Земли работа силы тяжести не зависит от формы пути, а зависит только от положения начальной и конечной точек этого пути.

Поле, обладающее таким свойством, называется потенциальным. Во всяком потенциальном поле можно провести так называемые поверхности уровня, т. е. такие поверхности, при движении материальной точки по которым сила поля работы не совершает.

Вид уровенной поверхности зависит от распределения масс в теле Земли. Линии, нормальные к уровенным поверхностям, называются силовыми линиями.

Касательная к силовой линии в данной точке есть отвесная линия в этой точке. Следовательно, отвесная линия является нормалью к уровенной поверхности (рис. 4).

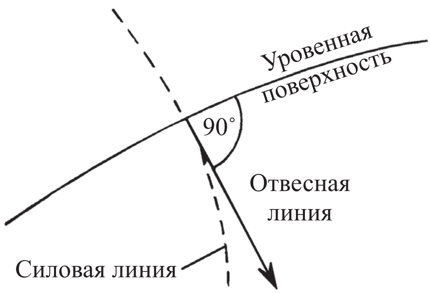

Рис. 4. Направление отвесной линии [11, с. 11]

Поверхность воды в спокойном состоянии будет одной из уровенных поверхностей. Геодезические измерения связаны с направлением отвесной линии в тех точках, в которых они выполнялись. Значит, в каждой такой точке результаты измерений могут быть отнесены именно к той уровенной поверхности, которая проходит через данную точку. Но в таком случае результаты измерений на пунктах какой-либо геодезической сети окажутся отнесенными к различным уровенным плоскостям и замкнутых фигур в сети не образуют. В связи с этим возникает необходимость приведения результатов всех геодезических измерений прежде всего к некоторой данной или принятой в качестве общей исходной уровенной поверхности. Практически в качестве основной уровенной поверхности берут так называемый средний уровень океана (моря), определяемый из многолетних наблюдений уровня моря по футштокам на морских водомерных станциях. В России основным является Кронштадтский футшток, по которому уровень Балтийского моря наблюдался с 1825 г. Нуль Кронштадтского футштока соответствует среднему уровню Балтийского моря и принят за начало счета абсолютных высот для всех геодезических сетей.

Геоид. Если основную уровенную поверхность мысленно продолжить под континентами так, чтобы в любой ее точке отвесная линия была перпендикулярна к этой поверхности, то будет образована сплошная замкнутая поверхность без складок, охватывающая почти всю массу Земли.

Геометрическое тело, ограниченное основной уровенной поверхностью, по предложению в 1873 г. немецкого физика Листинга (1808–1882) принято называть геоидом.

Итак, ***геоидом*** *называется геометрическое тело, поверхность которого совпадает с невозмущенной поверхностью океана и мысленно продолжена под континентами так, что в каждой точке этой поверхности отвесная линия перпендикулярна к ней.*

Геоид хорошо представляет Землю в целом, и потому до недавнего времени в геодезии под фигурой Земли понималась именно поверхность геоида. Изучение этой поверхности считалось основной научной задачей в геодезии. Однако вследствие неравномерного распределения масс в теле Земли поверхность геоида, как одна из уровенных поверхностей поля силы тяжести Земли, имеет сложный волнистый вид (рис. 5).

Рис. 5. Геоид [11, с. 13]

Различают ***большие*** и ***малые волны геоида***. Большие волны обусловлены значительными неравномерностями распределения масс, они соответствуют океанам и континентам. Малые волны — результат влияния местных условий, например, отдельных горных хребтов. Волны геоида имеют высоты порядка нескольких метров и десятков метров, однако не превышают 100–150 м.

Изучение формы геоида встречает принципиальные затруднения. Это обусловлено тем, что для определения поверхности геоида относительно поверхности сравнения (допустим, относительно поверхности эллипсоида) необходимо знать кривизну силовых линий гравитационного поля в пространстве между физической поверхностью Земли и поверхностью геоида. Но кривизна силовых линий зависит от распределения масс в теле Земли, а поскольку это распределение остается неизвестным, строгое решение задачи определения фигуры геоида остается невозможным.

Из обработки градусных и спутниковых измерений установлено, что поверхность геоида является довольно сложной из-за неоднородностей гравитационного поля Земли. Наибольшие отрицательные высоты геоида наблюдаются в районе Индийского океана (около –105 м) и вблизи Антарктиды (в море Росса до –61 м), а наибольшие положительные высоты — в Тихом океане (около Новой Гвинеи до +77 м) и в Северной Атлантике (до +66 м). Фигура Земли в целом имеет грушеобразную форму (апиоид): северное полушарие возвышается над полюсом на 20–30 м, а южное, наоборот, вдавлено на ту же величину [1, с. 23].

На основании ряда исследований М. С. Молоденский пришел к выводу, что основной научной проблемой геодезии следует считать не определение фигуры геоида, как это понималось раньше, а изучение внешнего гравитационного поля и фигуры физической поверхности Земли, поскольку фигура геоида зависит от неизвестного нам распределения масс, то она, строго говоря, неопределима.

Квазигеоид. Для изучения формы физической поверхности Земли М. С. Молоденский предложил некоторую вспомогательную поверхность, весьма близкую к поверхности геоида и названную им квазигеоидом. Эта вспомогательная поверхность, или квазигеоид, определяется по результатам только одних астрономо-геодезических и гравиметрических измерений на физической поверхности Земли без приведения их к какой-нибудь другой поверхности. На океанах и морях поверхности геоида и квазигеоида совпадают, на континентах — расходятся: в равнинных районах на несколько сантиметров, в горных и высокогорных около 1–2 м.

Общий земной эллипсоид. Решение геодезических задач (решение треугольников, вычисление координат, азимутов и т. д.) непосредственно на физической поверхности Земли невозможно вследствие неправильности этой поверхности.

Геоид в целом весьма близко подходит к эллипсоиду вращения с малым сжатием — фигуре, хорошо изученной в математическом отношении.

Эллипсоид, лучше всего подходящий к фигуре геоида в целом, называется ***общим земным эллипсоидом*** (рис. 6). Определение параметров этого эллипсоида является одной из основных задач высшей геодезии и подчиняется следующим условиям:

1. Центр эллипсоида должен совпадать с центром инерции Земли, а малая ось — с осью вращения Земли.

2. Объем эллипсоида должен быть равен объему геоида.

3. Сумма квадратов отклонений по высоте поверхности геоида и по высоте поверхности эллипсоида должна быть наименьшей.

4. Масса всей Земли должна равняться массе эллипсоида — это связано с определением гравитационного поля. В настоящее время масса Земли составляет $6 \cdot 10^{27}$ г, Солнца — $2 \cdot 10^{33}$ (что примерно в 333 000 раз больше, чем масса Земли). Масса Земли вызывает на экваторе ускорение 978,038 см/с^2. Плотность пород Земли составляет в среднем 5,5 г/см^3, плотность горных пород на поверхности — 2,75 г/см^3, в ядре — 13 г/см^3, что соответствует жидкому железу.

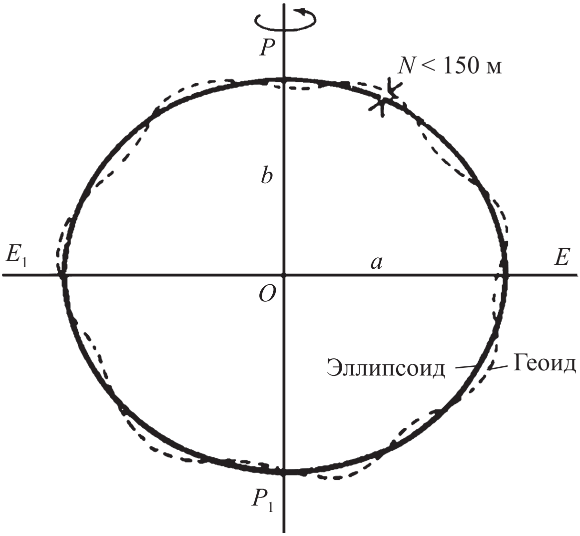

Рис. 6. Общий земной эллипсоид

Общий земной эллипсоид не определен из-за недостаточности астрономо-геодезических измерений и из-за того, что не вся Земля покрыта гравиметрической сетью.

В нашей стране до 1946 г. пользовались эллипсоидом, размеры которого были получены Ф. Бесселем (1784–1846). В 1940 г. Ф. Н. Красовским (1878–1948) при участии профессора А. А. Изотова были определены размеры эллипсоида вращения (a = 6 378 245 м, b = 6 356 863 м, α = 1 : 298,3), наиболее подходящие для нашей территории. Постановлением Совета министров СССР № 760 от 7 апреля 1946 г. эллипсоид указанных размеров был принят для производства всех видов геодезических и картографических работ в нашей стране и назван эллипсоидом Красовского [12, с. 8].

Референц-эллипсоид. Для использования того или иного эллипсоида (из числа известных) при решении геодезических задач нужно знать не только его размеры, но и положение в теле Земли, т. е. эллипсоид должен быть определенным образом ориентирован в теле Земли. Такой эллипсоид называется референц-эллипсоидом — «рабочим эллипсоидом», который выведен по результатам геодезических работ, охватывающих территорию данной страны или ее части, или нескольких стран.

В разное время многие ученые по имеющимся в их распоряжении материалам определяли размеры земного эллипсоида. Некоторые из важнейших определений приведены в табл. 1.

Таблица 1

Параметры основных эллипсоидов [1, с. 25]

Название эллипсоида	Большая полуось, *a* (м)	Сжатие, α
Эллипсоид Даламбера (1800)	6 375 653	1 : 334,0
Эллипсоид Бесселя (1841)	6 377 397	1 : 299,2
Эллипсоид Хейфорда (1910)	6 378 388	1 : 297,0
Эллипсоид Красовского (1940)	6 378 245	1 : 298,3

Итак, ***референц-эллипсоидом*** *называется эллипсоид вращения с определенными размерами его полуосей, определенным образом ориентированный в теле Земли и принятый для геодезических работ в данной стране.*

Референц-эллипсоиды отличаются от общего земного эллипсоида. Это различие заключается в несовпадении размеров и центров референц-эллипсоидов с размерами и центрами общего земного эллипсоида, а условие минимума суммы квадратов отклонений выполняется для референц-эллипсоида не для всей поверхности Земли, а только для той части, на которой были выполнены геодезические работы, результаты которых использованы для вывода его параметров.

Такие эллипсоиды служат координатной поверхностью, на которой решаются геодезические задачи и относительно которой определяются геодезические координаты пунктов. Геодезические координаты определяют направление нормалей к поверхности эллипсоида.

Эллипсоид — это идеализируемая земная поверхность. Такая идеализация нужна для решения целого ряда практических задач: определения координат различных точек на поверхности Земли, вычисления расстояний между удаленными точками и т. п.

Эллипсоид — это поверхность аналитическая, точно выражаемая математическими формулами. Нет такой правильной геометрической фигуры, которой можно было бы точно описать Землю, которая в первом приближении похожа на шар. Еще точнее — на эллипсоид. Наконец, был придуман геоид.

Такой геометрической поверхности, как геоид, нет, но есть физическое понятие уровенной поверхности. Изучив силы тяготения, можно определить эту поверхность. Но Земля не жидкая и не однородная, большая ее часть покрыта слоем воды (моря и океаны) и значительная ее часть все же твердая (континенты и острова). Их нельзя представить ни эллипсоидом, ни геоидом, ни какой-либо другой правильной поверхностью. Континенты и острова все равно «вылезают» за нее. Нам надо знать именно эту реальную поверхность Земли, на которой мы живем и которая существует в природе, но нет, однако, ее физико-математического (геометрического) эквивалента.

На сегодняшний день, чтобы представить фигуру Земли с любой необходимой нам точностью, следует знать:

- большую полуось и сжатие эллипсоида относимости;

• элементы ориентирования этого эллипсоида в теле Земли, т. е. высоту, широту, долготу исходного пункта и азимут направления, например, большой полуоси (высота геоида в пространстве над референц-эллипсоидом равна нулю). Геодезическая широта круглого зала Пулковской обсерватории $B = 59°46'$, равная астрономической широте φ; геодезическая долгота $L = 30°19'28''$, равная астрономической долготе λ и геодезический азимут A, равный астрономическому азимуту α. От этих координат идет вычисление координат пунктов на всей территории страны.

• множество высот физической поверхности Земли над геоидом, или, что то же самое, над уровнем моря;

• множество высот геоида над эллипсоидом относимости.

Нормальная Земля. *При решении геодезических задач в масштабе всей Земли за поверхность относимости целесообразно принять поверхность общего земного эллипсоида* (*нормальная Земля*).

Некоторые параметры нормальной Земли получили название фундаментальных геодезических постоянных. К ним в настоящее время относятся следующие величины: $f \cdot M$ — произведение универсальной гравитационной постоянной на массу уровенного эллипсоида, a — большая полуось, I_2 — нормальный гармонический коэффициент геопотенциала второй степени, ω — угловая скорость вращения Земли.

Фундаментальные геодезические постоянные определяют, используя результаты наблюдений ИСЗ, далеких космических летательных аппаратов (КЛА), а также результаты астрометрических и гравиметрических измерений.

В 1979 г. в Канберре в соответствии с рекомендацией XVII Генеральной ассамблеи Международного геодезического и геофизического союза приняты следующие значения фундаментальных геодезических постоянных:

$f \cdot M = (3\,896\,005 \pm 0,\,) \cdot 10^{8}$ м^3 ;

$I_2 = (108\,263 \pm 0{,}5) \cdot 10^{-8}$;

$a = 6\,378\,137 \pm 2$ м;

$\omega = 7\,292\,115 \cdot 10^{-11}$рад $\cdot$ с$^{-1}$;

$\alpha = 1 : 298{,}257 \pm 0{,}001$ — полярное сжатие Земли;

$\gamma_e = 978\ 033 \pm 1$ мГал — нормальная сила тяжести γ_e на экваторе уровенного эллипсоида.

Астрономо-геодезическим уклонением *отвесной линии называется угол **u** между нормалью к поверхности эллипсоида и отвесной линией в данной точке.* Различают абсолютное и относительное уклонение отвесных линий.

*Под **абсолютным уклонением отвесной линии в точке М** понимают угол $\boldsymbol{u_1}$ между нормалью $\boldsymbol{Mn_1}$ к общему земному эллипсоиду и направлением отвесной линии **Mg** в данной **точке М*** (рис. 7).

***Относительным уклонением отвесной линии в точке М** называется угол $\boldsymbol{u_2}$ между нормалью $\boldsymbol{Mn_2}$ к поверхности референц-эллипсоида и отвесной линией **Mg** в данной **точке М**, по величине относительные уклонения больше абсолютных*. Наибольшие отклонения поверхности геоида (квазигеоида) от поверхности общего земного эллипсоида не превышают **120 м**, т. е. они сравнительно малы, поэтому сравнительно малы и абсолютные уклонения отвесных линий. В равнинной местности уклонения отвесных линий составляют в среднем от **3″** до **5″**, иногда достигают **10″–15″**, в горных районах, в районе озера Байкал **~30″**.

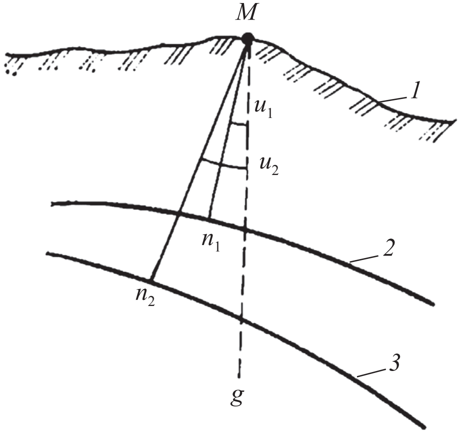

Рис. 7. Абсолютное и относительное уклонения отвесных линий:
1 — физическая поверхность Земли; *2* — общий земной эллипсоид;
3 — референц-эллипсоид

Самые большие уклонения отвесных линий на земном шаре обнаружены в районе Гавайских островов (**97″**).

1.4. Влияние кривизны Земли на горизонтальные и вертикальные расстояния

Кривизна Земли значительно влияет на точность построения карт, при производстве геодезических измерений и выполнении различных инженерных работ. Докажем, что сравнительно небольшой участок уровенной поверхности Земли с достаточной для практических целей степенью приближения можно считать плоскостью. Следовательно, в этом случае можно пренебречь влиянием кривизны Земли на горизонтальные расстояния.

Примем общую фигуру Земли за сферу радиуса R. Выберем две произвольные точки: A и B. Расстояние между этими точками обозначим за d, а центральный угол, соответствующий дуге d, обозначим α (рис. 8).

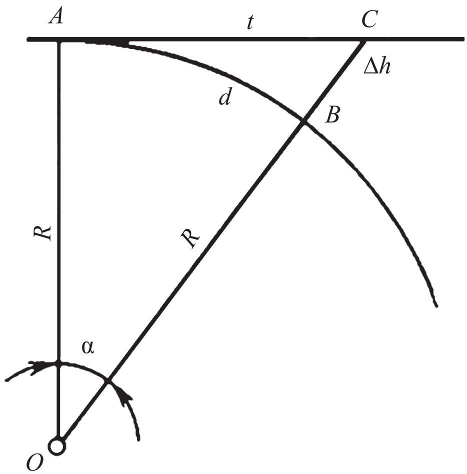

Рис. 8. К определению поправок за кривизну Земли [1, с. 25–28]

Возьмем плоскость, касательную в точке A, и продолжим радиус OB до пересечения с этой плоскостью в точке C. Если участок сферы, соответствующий дуге d, примем за плоскость, соответствующую отрезку касательной $AC = t$, то при этом допустим ошибку в горизонтальном расстоянии. Подсчитаем, какая ошибка произойдет от замены дуги d отрезком касательной t.

$$\Delta d = t - d \text{ — для горизонтального расстояния,} \tag{2}$$

а в вертикальном расстоянии, например в превышении, она составит

$$\Delta h = OC - OB, \tag{3}$$

$$t = R \cdot \operatorname{tg} \alpha,\ d = R \cdot \alpha, \tag{4}$$

где α выражен в радианах;

$$\Delta d = R \cdot (\operatorname{tg} \alpha - \alpha). \tag{5}$$

Воспользуемся разложением tg α в ряд по степеням аргумента функции (α) :

$$\operatorname{tg} \alpha = \alpha + 1/3 \cdot \alpha^3 + 2/15 \cdot \alpha^5 + ... \tag{6}$$

Так как d весьма незначительно в сравнении с R, то

$$\operatorname{tg} \alpha - \alpha = \alpha^3/3. \tag{7}$$

Тогда

$$\Delta d = R \cdot \alpha^3/3, \text{ где } \alpha = d/R,$$

отсюда

$$\Delta d = 1/3 \cdot d^3/R^2. \tag{8}$$

Относительная ошибка влияния кривизны Земли на горизонтальные расстояния определится из следующей формулы:

$$\Delta d/d = 1/3\ (d/R)^2. \tag{9}$$

Подсчитаем Δd и $\Delta d/d$ для разных d и при $R = 6371{,}11$ км.

В табл. 2 приведены значения Δd и $\Delta d/d$ для расстояний от 1 км до 100 км.

Таблица 2

Влияние кривизны Земли на вертикальные и горизонтальные расстояния для разных длин дуг

Горизонтальные расстояния			Вертикальные расстояния		
d, км	Δ*d*, см	Δ*d*/*d*	*d*	Δ*h*	Δ*h*/*d*
1	0,0008	1/10000000	1 км	7,848 см	1/12500
5	0,102	1/5000000	5 км	196 см	1/2551
10	0,82	1/1250000	10 км	7,848 м	1/1274
20	6,5	1/304000	20 км	31,39 м	1/637
30	22,17	1/135318	50 км	196,2 м	1/255
40	52,56	1/76104	50 м	0,02 см	1/250000
50	102	1/49000	70 м	0,385 мм	1/182029
100	820	1/12195	150м	1,776 мм	1/84947

Как видно из табл. 2, при относительной ошибке 1/1 250 000 дугу сферической поверхности Земли d = 10 км можно заменить отрезком касательной в средней точке этой дуги, так как при этом относительная ошибка получается меньше, чем относительная ошибка 1/500 000 самых высокоточных измерений длин линий светодальномерами. Замена дуги отрезком касательной в этом случае практически не будет ощутима. Следовательно, участок сферической (уровенной) поверхности Земли с длиной дуги d = 10 км можно с неощутимой погрешностью принять за плоский, а кривизной поверхности Земли в пределах указанного участка можно пренебречь. Можно сделать следующий общий вывод: на площади круга радиусом 10 км кривизна уровенной поверхности Земли для горизонтальных расстояний практического значения не имеет. И вообще, в пределах круга радиусом d = 20 км, площадью 300–320 км^2 можно не принимать во внимание кривизну Земли, если выполняются работы, не требующие высокой точности.

Величина Δh выражает влияние кривизны Земли на высоты точек и называется поправкой за кривизну Земли. Картина влияния кривизны Земли на вертикальные расстояния (в нашем случае это высоты точек) совершенно другая.

Из рис. 8 имеем:

$$(R + \Delta h)^2 = R^2 + t^2 , \tag{10}$$

$$2\Delta h \cdot R + \Delta h^2 = t^2 ,$$

заменяя t на d, получим

$$\Delta h\ (2R + \Delta h) = d^2. \tag{11}$$

Отсюда

$$\Delta h = d^2 / (2R + \Delta h), \tag{12}$$

поскольку Δh мала, по сравнению с $2R$, то ей можно пренебречь, тогда

$$\Delta h = d^2 / 2R. \tag{13}$$

Из табл. 2 видно, что при длине дуги в 10 км величина Δh оказывается около 8 м, составляя 1/1274 длины линии. Такой величиной пренебрегать нельзя для инженерных целей, в частности, при дорожных изысканиях. Высоты точек необходимо измерять с относительно высокой точностью, допуская на 1 км ошибку не более 2 см. При d = 100 м, Δh = 0,8 мм. Отметки точек (высоты) местности необходимо знать с точностью до 1 мм. Поэтому даже при коротких расстояниях (50–100 м) влияние кривизны Земли на вертикальные расстояния необходимо учитывать.

Вопросы

1. Какие вы знаете доказательства шарообразности Земли и других небесных тел у Пифагора и Аристотеля?
2. В чем заключается определение Эратосфеном радиуса Земли?
3. Какие вы знаете современные способы определения размеров Земли?
4. Как влияет кривизна уровенной поверхности Земли на горизонтальные и вертикальные расстояния?

2. ИЗОБРАЖЕНИЕ ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТИ НА СФЕРЕ И НА ПЛОСКОСТИ

2.1. Изображение земной поверхности в целом и по частям

Самым правильным и точным изображением земного шара в уменьшенном виде является глобус, но пользоваться им, а тем более производить какие-либо измерения и составлять на нем проекты неудобно или совсем невозможно. С этой целью поверхность Земли изображают на плоскости в уменьшенном виде и называют планом или картой.

Известно, что поверхность шара нельзя развернуть в плоскость без складок и разрывов. Чтобы на плане сохранить непрерывность изображения, пользуются методом проекций, т. е. все точки земного шара проектируют по определенным математическим законам на какую-либо вспомогательную поверхность, которая без труда может быть развернута в плоскость. Чаще всего пользуются поверхностью цилиндра, конуса или просто горизонтальной плоскостью, причем проектирование осуществляется таким образом, чтобы каждой точке земного шара соответствовала бы только одна точка вспомогательной поверхности. Однако какой бы закон не был применен для перенесения точек шара на плоскость, на ней всегда происходит изменение взаиморасположения точек эллипсоида, т. е. получаются искажения.

Пусть сферическая поверхность *KMN* в точке *M* касается плоскости *P*. Если дугу *АВСДМ* спроектировать перпендикулярными лучами на плоскость *P*, то получим точки *abcdm*. Такая проекция называется ***горизонтальной ортографической***. Равные отрезки проекций соответствуют неравным отрезкам сферы: *AB* > *BC* > *СД* > *ДМ*. Это свидетельствует о наличии искажений, которые будут увеличиваться по мере удаления проектируемой точки от точки касания *M*. При перенесении участков Земли со сферы на плоскость искажаются не только линии, но и углы, и площади. Размеры этих искажений могут быть определены по соответствующим формулам в зависимости от вида проекции.

2.2. Метод проекций в геодезии

При изображении на бумаге физической поверхности Земли, тех или иных пространственных форм (предметов) в геодезической практике пользуются методом проекций, в частности ортогональной (прямоугольной) проекцией; при этом линии проектирования должны быть перпендикулярны плоскости или поверхности, на которую проектируют.

Линиями проектирования *в геодезии являются отвесные линии. Проектирование производят на горизонтальную уровенную поверхность Земли, которую на данном участке считают совпадающей с поверхностью сферы определенного радиуса и по отношению к которой отвесные линии являются нормальными. В геодезии эта проекция называется* ***горизонтальной.***

Пусть Q — часть воображаемой уровенной поверхности Земли (рис. 9). Пространственный многоугольник $ABCEF$, расположенный на физической поверхности Земли, проектируют на поверхность Q отвесными линиями. Точки $a, b, c, e, f,$ в которых отвесные линии пересекают уровенную поверхность Q, называются горизонтальными проекциями соответствующих точек местности, а многоугольник $abcef$ — горизонтальной проекцией многоугольника $ABCEF$. Чтобы по горизонтальной проекции $abcef$ можно было судить о форме соответствующего ему пространственного многоугольника $ABCEF$, очевидно, необходимо знать величины Aa, Bb, ..., Ff, т. е. расстояния от точек местности до уровенной поверхности Земли, называемые высотами точек местности.

Следовательно, имея горизонтальную проекцию участка местности и зная высоты точек этого участка, можно получить полное представление о характере местности на соответствующем участке физической поверхности Земли.

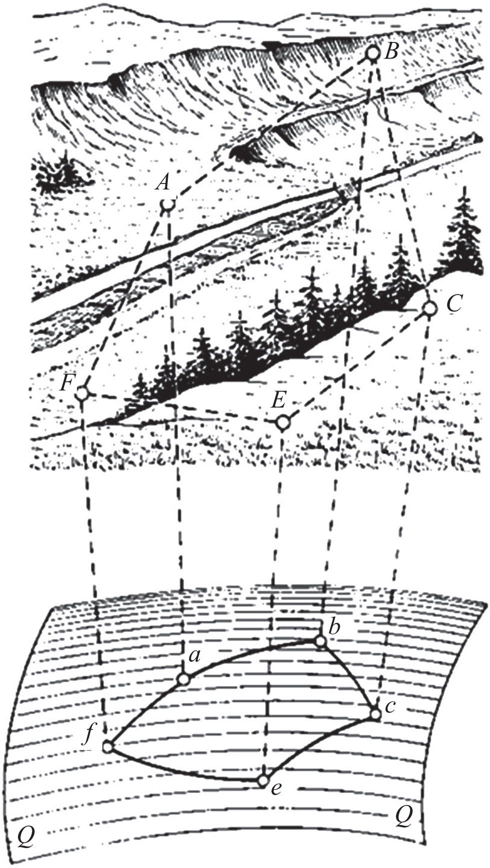

Рис. 9. Проектирование точек местности на часть воображаемой уровенной поверхности Земли [12, с. 11]

Нами было показано, что небольшой участок сферической и уровенной поверхности Земли можно заменить плоскостью, касающейся поверхности в центре этого участка. Поэтому если участок местности, заключенный в многоугольнике *ABCEF*, имеет небольшие размеры, то при проектировании уровенную поверхность *Q* заменяют горизонтальной плоскостью *P*. Линии проектирования *Aa, Bb*, ..., *Ff* перпендикулярны плоскости *P*, стороны *ab*, *bc*, ...

и углы между ними являются горизонтальными проекциями соответствующих сторон и углов местности, а плоский многоугольник *abcef* — горизонтальной проекцией многоугольника *ABCEF*, расположенного на физической поверхности Земли.

Кроме горизонтальной проекции, в геодезии широкое распространение получила центральная проекция (рис. 10). При фотографировании местности центром проекции *S* является оптический центр объектива фотоаппарата, а плоскостью проекции *P* — снимок.

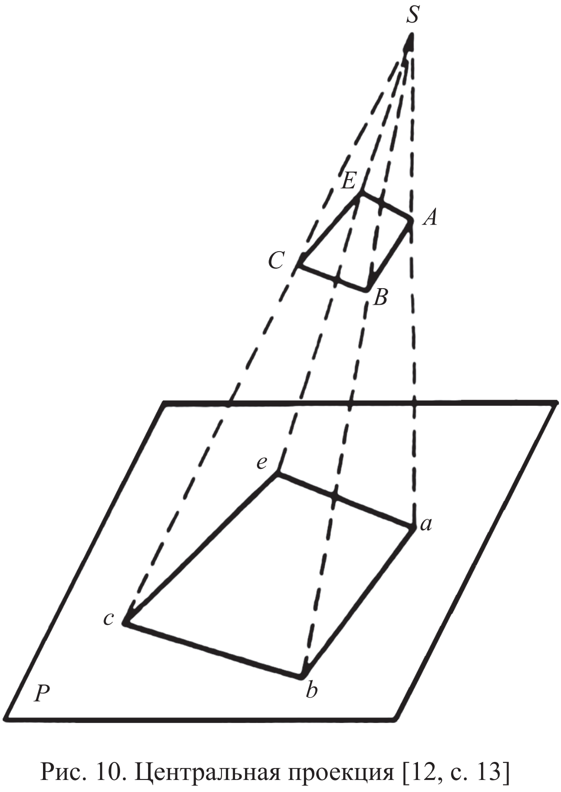

Рис. 10. Центральная проекция [12, с. 13]

Высотой точки *называется расстояние между уровенной поверхностью этой точки и уровенной поверхностью, принятой за начало счета высот.*

Высоты бывают абсолютные, условные и относительные* (*или превышения*).** Счет абсолютных высот ведется от среднего уровня океана или моря. Наблюдение за средним уровнем воды в океане производится при помощи ***футштока (название образовалось путем соединения английского слова *foot* — фут с немецким *stosk* — палка, шест), представляющего собой рейку с делениями, устанавливаемую неподвижно на водомерном посту.

В нашей стране счет абсолютных высот ведется от нуля ***Кронштадтского футштока***. Он представляет собой медную пластину, замурованную в гранитный устой моста; нанесенная на пластине горизонтальная черта является нулем футштока.

На рис. 11, представляющем сечение Земли отвесной плоскостью, проходящей через точки A и B, расстояние AK является абсолютной высотой H_A точки A. Началом отсчета условных высот может являться любая условно принятая уровенная поверхность. Условной высотой H'_A точки A является отрезок AA_1.

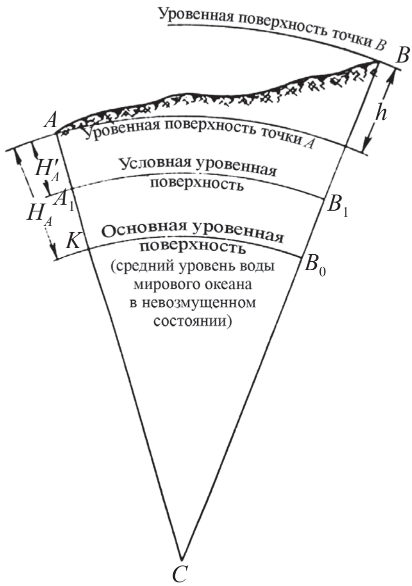

Рис. 11. Виды высот [12, с. 16]

Высота одной точки (B) относительно уровенной поверхности другой точки (A) называется относительной отметкой или ***превышением h*** этих точек. Таким образом, превышение равно разности абсолютных или условных высот двух точек.

Геодезические измерения, в результате которых определяются превышения точек местности, называются ***нивелированием.***

2.3. Понятие о картографических проекциях

Уменьшенное изображение на плоскости части или всей земной поверхности называется ***картой.***

На практике применяют различные способы изображения сферической поверхности Земли на плоскости. Все они сводятся к построению по определенному математическому закону сетки прямых или кривых линий, изображающих параллели и меридианы. Совокупность этих линий на карте носит название картографической сетки, а способ, примененный для их изображения, называют картографической проекцией.

В любом случае изобразить сферическую поверхность на плоскости невозможно без разрывов и складок. Поэтому все картографические проекции имеют те или иные искажения, которые следует учитывать при работе с картой.

По характеру искажений картографические проекции делятся на три основные группы.

Равноугольными или ***конформными*** *называются проекции, на которых углы между направлениями на какие-либо ориентиры равны углам между теми же направлениями на местности.* На этих проекциях сохраняется подобие очертаний небольших фигур при их проектировании. Поэтому они дают правильное представление о форме участков земной поверхности, например, островов, заливов и т. д. В то же время линейные размеры фигур на этих проекциях искажены. Поэтому два одинаковых по форме и размерам участка земли, но лежащие на разной широте, изобразятся на карте подобными по форме контурами, но с различными размерами.

Равновеликими или ***эквивалентными*** *называются проекции, сохраняющие пропорциональность площадей изображенных на них участков тем же площадям на местности.* Следовательно, два одинаковых по размерам участка Земли изображаются на них в искаженном виде. Например, остров, имеющий на местности круглую форму, изображается на карте эллипсом.

Произвольными *называются проекции, не сохраняющие ни равенства углов, ни пропорциональности площадей.*

Линия, пересекающая все меридианы под постоянным углом, называется ***локсодромией*** (рис. 12). На поверхности земного шара локсодромия в общем случае изображается в виде спирали, стремящейся к полюсу, которого она не достигнет. Однако локсодромия не является кратчайшим расстоянием между двумя точками *A* и *B* на сфере.

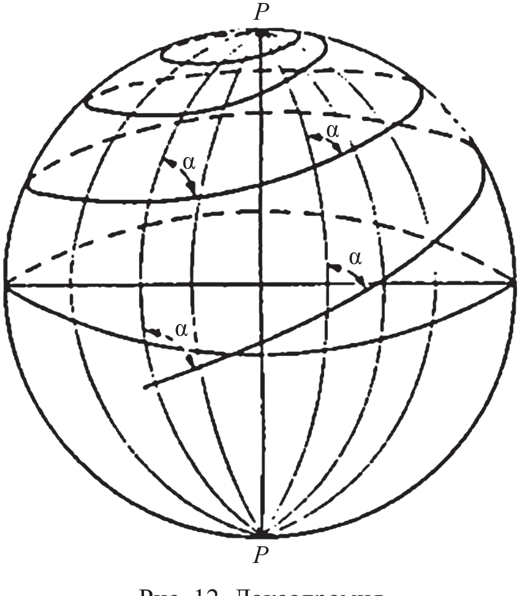

Рис. 12. Локсодромия

Кратчайшим расстоянием между выбранными точками на земном шаре является меньшая из дуг большого круга, проходящего через эти точки. Эта дуга называется ***ортодромией***. Ортодромия пересекает все меридианы под разными углами. В частных случаях, при плавании по экватору или курсами 0° и 180°, она может совпадать с экватором или меридианами, которые одновременно являются локсодромиями.

При небольших переходах разница в длине между локсодромией и ортодромией незначительная. Только в случае длительных океанских путешествий переход осуществляют по дуге большого круга. Для судовождения требуется особая картографическая проекция, которая должна быть удобной для ведения графического счисления пути судна и определения его места. Поэтому к морским картам предъявляют следующие основные требования:

1) линия пути судна, идущего постоянным курсом, т. е. по локсодромии, должна изображаться на карте прямой линией, что обеспечит удобство прокладки курсов судна;

2) углы и направления на местности должны быть равны соответствующим углам и направлениям на морской карте, т. е. карта должна быть равноугольной (конформной). Это позволит определять место судна в море по углам, измеренным между береговыми ориентирами, а также опознавать берег по его изображению на карте.

Проекцию, удовлетворяющую этим требованиям, создал в 1569 г. голландский картограф Герард Кремер, известный под именем Меркатора. Предложенная им проекция получила название меркаторской. По способу построения она относится к нормальным (прямым) цилиндрическим проекциям, а по характеру искажений — к равноугольным, т. е. конформным.

Картографическую сетку меркаторской проекции строят следующим образом. Условный глобус заключают в цилиндр, касательный к глобусу по экватору (рис. 13).

Меридианы, нанесенные на глобус, распрямляются до тех пор, пока они не коснутся внутренней поверхности цилиндра. При этом меридианы образуют на поверхности цилиндра ряд прямых линий, параллельных между собой. При распрямлении меридианов параллели растягиваются и становятся равными по длине экватору. Удлинение параллелей будет более значительным, чем ближе они к полюсу. Следует заметить, что удлинение пропорционально секансу широты данной параллели.

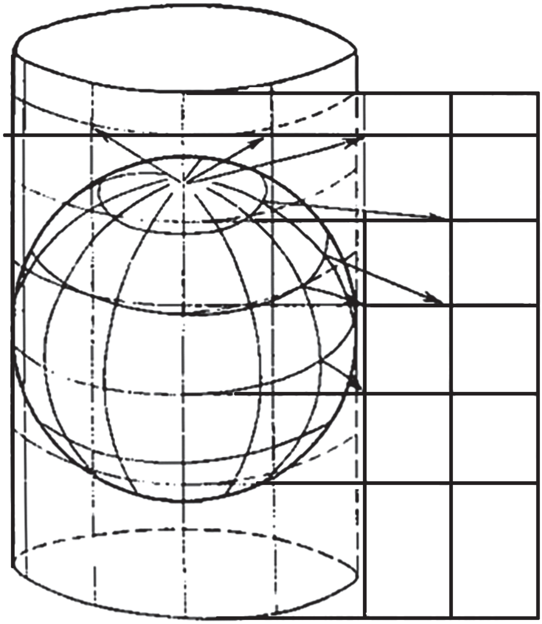

Рис. 13. Проекция Меркатора

Разрежем цилиндр по образующей и развернем его на плоскость. Полученная картографическая сетка удовлетворяет первому требованию к морской карте, так как все меридианы параллельны, а локсодромия изобразится на ней прямой линией. Однако проекция не является равноугольной, поскольку участки земной поверхности при проектировании будут вытягиваться на ней вдоль параллелей произвольно.

Растягиваясь вдоль параллели, остров круглой формы принимает форму эллипса (рис. 14). Чтобы сделать проекцию равноугольной, необходимо в каждой точке так же растянуть меридианы, как в этой точке растянулась параллель, т. е. пропорционально секансу широты точки.

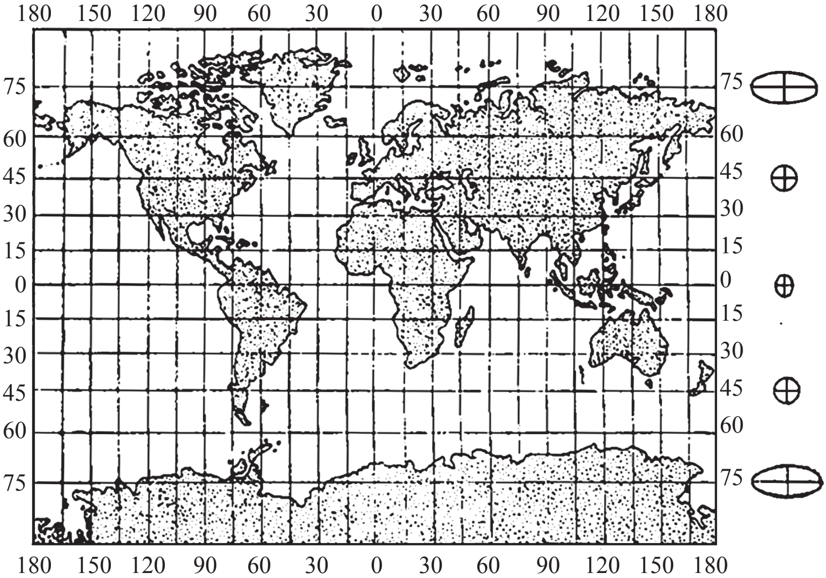

Рис. 14. Изменение формы одной и той же фигуры в разных местах карты в проекции Меркатора [1, с. 38]

Изображение круглого острова сохранит свою форму, т. е. проекция будет обладать свойством равноугольности. Построенная таким методом картографическая проекция носит название ***меркаторской.***

2.4. Проекция Гаусса — Крюгера

В этой проекции в нашей стране составляются все топографические карты, кроме карт масштаба 1 : 1 000 000 в видоизмененной простой поликонической проекции. Проекция Гаусса — Крюгера — это равноугольная поперечно-цилиндрическая проекция.

Разграфка и номенклатура многолистных топографических карт являются простой и одновременно строгой системой, в которой каждому листу отведено определенное место. И, казалось бы, не составляет никакого труда путем склеивания между собой граничных листов карты одного и того же масштаба получить изображение на плоскости значительных участков сферической поверхности Земли. Однако если каждый лист топографической карты получать как плоское изображение соответствующей сферической проекции *АВСД* (рис. 15, *а*), у которой дуги меридианов и параллелей заменены стягивающими их хордами, а поверхность — плоскостью, то сферическая поверхность Земли, будучи изображенной по частям на многих таких листах, представляется в виде многогранника (рис. 15, *б*).

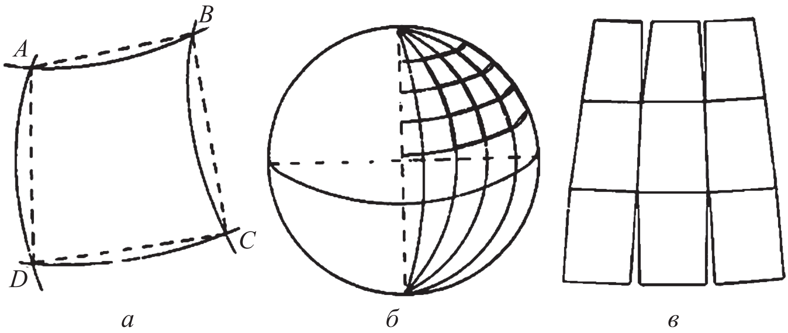

Рис. 15. Изображение сферической поверхности Земли в виде многогранников [12, с. 34]

При склеивании даже сравнительно небольшого количества листов (граней многогранника) на плоскости между ними появляются разрывы, с увеличением же числа склеиваемых листов разрывы возрастают (рис.15, *в*). Указанное обстоятельство явилось одной из причин введения в нашей стране с 1928 г. специальной проекции для топографических карт, предложенной Гауссом в 30-х гг. XIX в. Часто она называется проекцией Гаусса — Крюгера, поскольку Крюгер предложил формулы для вычислений в этой проекции.

При помощи проекции Гаусса — Крюгера получают плоские изображения отдельных участков уровенной поверхности Земли, ограниченных двумя меридианами, например, PGT_1 и PMT_2 . Такой участок называется зоной (рис. 16).

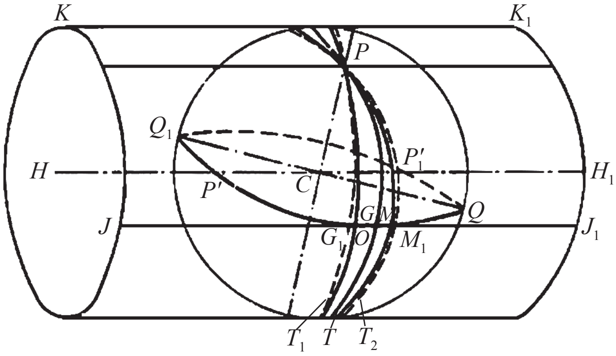

Рис.16. Сущность проекции Гаусса — Крюгера [12, с. 34]

Для топографических карт масштабов 1 : 1 000 000 и мельче разность долгот этих меридианов равна 6°. Таким образом, вся поверхность Земли разбивается на 60 зон. Границы зон совпадают с границами колонн в разграфке листов карт масштаба 1 : 1 000 000. Счет зон ведется от Гринвичского меридиана на восток. Следовательно, номер зоны и номер колонны миллионного листа карты всегда разнятся на 30. Средний меридиан в каждой зоне называется осевым меридианом (*POT* — см. на рис. 16). Долгота осевого меридиана любой зоны восточного полушария подсчитывается по формуле

$$L = 6°\cdot n - 3°, \tag{14}$$

где n — номер зоны.

Сущность проекции Гаусса — Крюгера состоит в следующем. Представим, что земной шар вписан в цилиндр, который касается его по осевому меридиану зоны *POT*. Ось цилиндра HH_1 расположена в плоскости экватора Q_1CQ и проходит через центр C шара. Плоское изображение каждой зоны получают путем проектирования ее определенным образом на боковую поверхность цилиндра, касающегося осевого меридиана зоны, после чего цилиндр разрезается по образующей KK_1 и его боковая поверхность развертывается на плоскости.

При проектировании зоны на боковую поверхность цилиндра Гаусс поставил условие: чтобы изображение малого участка на цилиндре было подобно соответствующему участку на сфере, следовательно, углы между соответствующими направлениями на шаре и на проекции равны между собой (такая проекция называется конформной или равноугольной). Выполнение этого условия приводит к искажению длин линий на проекции; оказалось, что все линии на проекции Гаусса — Крюгера длиннее по сравнению с их горизонтальными проекциями на уровенную поверхность, а вся зона на проекции получается несколько увеличенной. Величину искажения (удлинения) линий на проекции Δs можно подсчитать по формуле

$$\Delta s = S - s = y^2/2R^2 \cdot S, \tag{15}$$

где s — длина кривой на шаре (уровенной поверхности);

S — длина соответствующей ей линии на проекции (на плоскости);

y — расстояние от осевого меридиана зоны до средней точки линии;

R — радиус земного шара.

Отношение $\Delta s/S$ назовем относительным искажением длин линий на проекции. Из (15) имеем

$$\Delta s/S = y^2/2R^2. \tag{16}$$

На осевом меридиане $y = 0$, поэтому он изобразится без искажений, так как цилиндр касается шара по осевому меридиану.

Наиболее удаленными от осевого меридиана являются точки экватора G и M. Для этих точек $y = 111{,}1$ км · 3 км; в соответствующих им точках G и M относительное искажение $\Delta S/s = 1/800$. В пределах территории России, расположенной по широте от $\varphi = 36°$ ($y =$ 90 км · 3 = 270 км) до $\varphi = 70°$ ($y = 38$ км · 3 = 114 км), относительное искажение колеблется в пределах от 1/1100 до 1/6000.

Такие искажения находятся в пределах ошибок графических построений при создании карт масштабов 1 : 10 000 и мельче. Поэтому на картах, составленных в проекции Гаусса, в любом месте практически сохраняется один и тот же масштаб. Для карт крупных масштабов (1 : 5000) и крупнее такие искажения превосходят ошибки графических построений и потому не могут быть допущены. Поэтому для крупномасштабных карт применяют аналогичную зональную проекцию Гаусса с трехградусными зонами; на краях этих зон имеют место значительно меньшие (в 4 раза) искажения линий.

Так как в рассмотренной проекции получается плоское изображение зоны как единое целое, то листы топографических карт соответствующих масштабов, относящиеся к одной зоне, могут быть склеены между собой без каких-либо разрывов. Правда, между соседними зонами разрывы имеют место, но некоторый выход из этого положения имеется.

Осевой меридиан зоны POT и часть экватора GM изобразятся на плоскости взаимно перпендикулярными прямыми PP_1 и G_1M_1. Меридианы и параллели зоны в проекции Гаусса изобразятся в виде кривых линий. G_1M_1 = 670 км, PP_1 = 20 000 км, т. е. G_1M_1 примерно в 30 раз меньше, чем PP_1 (т. е. на рис. 17 искажено соотношение между протяжением зоны с запада на восток и с севера на юг). Однако на листах топографических карт меридианы и параллели (в том числе и рамки трапеций) проводят в виде прямых линий, так как в пределах одного листа карты эти искривления фактически не заметны. Отсюда ясно, что крайние меридианы зоны на плоскости весьма близки к прямым линиям, а разрывы между смежными зонами не столь велики.

Из-за разрывов между соседними зонами в проекции Гаусса при работе на границе смежных зон возникают некоторые неудобства. Они усугубляются тем, что координатные сетки смежных зон располагаются под углом одна к другой. Эти осложнения устраняются в большей мере введением полосы перекрытия шириной в 4°. Полоса шириной в 2° устанавливается вдоль западной и восточной границ каждой зоны. На рис. 18 эти границы показаны пунктиром. На всех листах топографических карт, расположенных в пределах этой полосы, даются выходы линий координатной сетки двух зон: своей и соседней с ней.

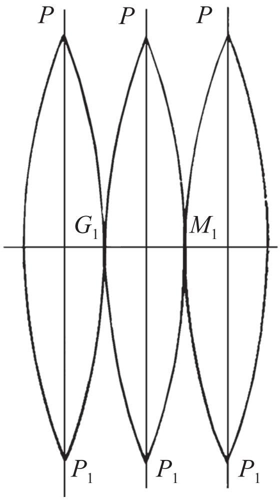

Рис. 17. Изображение 6° зоны
в проекции Гаусса — Крюгера [12, с. 35]

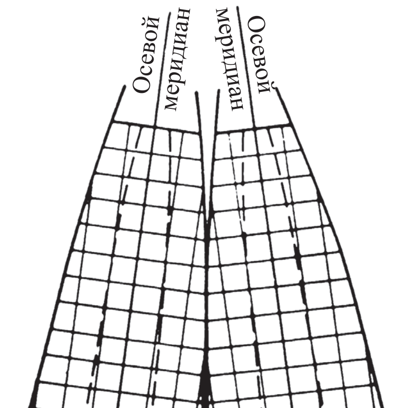

Рис. 18. Полоса перекрытия
на границах смежных зон [12, с. 39]

Исходя из вышеизложенного, можно сказать, что проекция Гаусса — Крюгера определяется следующими условиями:

1. Проекция конформная (равноугольная), т. е. масштаб изображения постоянен в данной точке и зависит только от координат пункта.

2. Осевой или центральный меридиан зоны изображается на плоскости прямой линией и принимается за ось абсцисс. Ось ординат совпадает с изображением экватора.

Масштаб изображения на осевом меридиане равен единице, т. е. для точек осевого меридиана абсциссы равны дугам меридиана, отсчитанным от экватора.

Порядковый номер зоны определяется по формуле

$$n = N - 30,$$

где N — номер колонны листа карты масштаба 1 : 1 000 000.

Порядок переноса геодезической сети с эллипсоида на плоскость в проекции Гаусса — Крюгера складывается из следующих действий:

— от геодезических координат для пункта B и L переходят к прямоугольным координатам X и Y на плоскости, одновременно вычисляя сближение меридианов на плоскости γ;

— от длины геодезической линии и азимута в данном пункте переходят к дирекционному углу хорды изогнутой геодезической линии на плоскости;

— от углов между геодезическими линиями переходят к углам между хордами.

Во многих европейских, американских, азиатских и африканских странах применяются другие конформные проекции эллипсоида на плоскость, которые имеют свои ценные свойства. Наиболее распространенными из этих проекций являются конформная проекция Ламберта и стереографическая проекция Руссиля, а также проекция Меркатора. Проекция Ламберта применяется в США, Канаде, Франции, Мексике; проекция Руссиля — во Франции, Испании, Бельгии. Проекция Ламберта удобна для стран, вытянутых по параллели небольшой широтной полосой. Ось абсцисс направляют по осевому меридиану на север, ось ординат — по касательной к изображению параллели касания. Масштаб по этой параллели принимают равным либо единице, либо 0,999. Проекция Руссиля удобна для стран круглого очертания. За начало координат в этой проекции принимают центральную точку изображения территории. За ось абсцисс — осевой меридиан. Искажение длин в целом в проекции Руссиля несколько меньше, чем в проекции Гаусса — Крюгера (примерно в два раза). Однако проекция Руссиля пригодна для ограниченных территорий округлых очертаний, тогда как проекция Гаусса — Крюгера может применяться для всего земного шара. В проекции Гаусса — Крюгера составляются все топографические карты, кроме карт масштаба 1 : 1 000 000, которые составляются в проекции международной карты мира масштаба 1 : 1 000 000 (видоизмененная проекция — простая поликоническая).

Вопросы

1. Каким образом можно получить изображение поверхности Земли?
2. Что такое картографическая проекция?
3. Что вы знаете о классификации картографических проекций?
4. Дайте понятие о картографической проекции Гаусса — Крюгера.
5. Какие вы знаете преимущества и недостатки проекции Гаусса — Крюгера?
6. Какие координаты используют в геодезии для определения положения точек на земной поверхности?

3. ОРИЕНТИРОВАНИЕ ЛИНИЙ МЕСТНОСТИ

3.1. Истинный, магнитный и осевой меридианы

При составлении проектов, строительстве и особенно при выносе проекта в натуру необходимо правильно ориентировать разбивочные оси строящихся объектов относительно сторон света.

Ориентирование *— определение направления линии местности* (*осей различных объектов, линейных трасс газопроводов, дорог, линий электропередач и т. д.*) *относительно какого-либо другого направления, принимаемого за исходное.*

Исходными направлениями для ориентирования в геодезии приняты истинный (географический меридиан), магнитный меридиан и осевой меридиан зоны или линия, ему параллельная. Направление истинного меридиана на местности получается из астрономических наблюдений или при помощи гироскопических приборов (гиротеодолита, гирокомпаса). Как проходит магнитный меридиан в данной точке линии местности, показывает положение магнитной стрелки компаса или буссоли. Осевой меридиан делит шестиградусные и трехградусные зоны пополам относительно ограничивающих истинных меридианов. Определение направлений линий местности относительно исходных осуществляется при помощи углов, называемых азимутами, румбами и дирекционными углами.

3.2. Склонение магнитной стрелки и сближение меридианов

При определении углов ориентирования и взаимосвязи между ними необходимо знать величины магнитного склонения и сближения меридианов.

***Магнитное склонение* δ** *представляет собой горизонтальный угол между северным концом истинного меридиана и направлением магнитной стрелки* (*магнитным меридианом*) *в данной точке физической поверхности Земли*. В разных точках нашей планеты оно различно и на территории России колеблется от 0° в районе Калининграда и до 20° в районе Нарьян-Мара. Склонение магнитной стрелки может быть восточное (положительное) и западное (отрицательное). В районе Екатеринбурга **δ** восточное примерно 11°.

Магнитное склонение подвержено суточным, годовым и вековым изменениям. Суточные изменения склонения магнитной стрелки находятся в пределах 15′. Величина изменения склонения магнитной стрелки для точек местности, лежащих в средних широтах, составляет до 6′–8′ в год. Амплитуда векового изменения склонения составляет около 22,5° за 500 лет.

Случайные изменения склонения магнитной стрелки (до 2°) возникают под воздействием магнитных бурь, полярных сияний, связанных с активными процессами на Солнце. Ориентирование по магнитному меридиану невозможно в местах магнитных аномалий (Курская и другие районы железорудных месторождений), где вообще нельзя пользоваться показаниями магнитной стрелки. Повторные измерения показывают, что склонение постепенно смещается к западу («западный дрейф») со скоростью до 2° за 100 лет. Магнитные полюсы Земли не совпадают с полюсами вращения, т. е. с географическими полюсами Земли. Угол между магнитной осью и осью вращения составляет около 11,5°. Северный магнитный полюс располагается в южном полушарии Земли в Антарктиде у 68° ю. ш., 143° в. д., а южный магнитный полюс — в Арктике среди островов Северной Канады и имеет координаты 70° с. ш., 100° з. д. В течении последнего столетия наблюдается блуждание магнитных полюсов в пределах нескольких сотен километров от среднего положения.

За последние сто лет северный магнитный полюс переместился почти на 900 км и вышел в Индийский океан. Новейшие геодезические данные свидетельствуют, что арктический (южный) магнитный полюс с 1973 г. по 1994 г. прошел 270 км от своего первоначального положения. Это свидетельствует о том, что в прошлом Земли были переполюсовки магнитного поля Земли (инверсия), и, возможно, они будут происходить в будущем. В настоящее время наблюдается возрастание значений мировых магнитных аномалий (Восточно-Сибирской, Канадской, Бразильской и др.) в процессе магнитного переустройства Земли.

Сближение меридианов $\boldsymbol{\gamma}$ — *горизонтальный угол между направлением меридиана в данной точке и линией, параллельной осевому меридиану зоны.* Сближение меридианов можно вычислить по формуле

$$\gamma = (\lambda - \lambda_0) \sin\varphi, \tag{17}$$

где λ — географическая долгота точки на земной поверхности;

λ_0 — долгота осевого меридиана зоны;

φ — географическая широта точки.

Для Екатеринбурга: $\varphi = 56°\ 49'$, $\lambda = 4^h\,02^m = 60°30'$, номер зоны $n = 11$, долгота осевого меридиана $\lambda_0 = 63°\ 00'$, сближение меридианов $\gamma_0 = (60°\ 30'–63°\ 00') \cdot \sin 56°\ 49' = –2°\ 30' \sin 56°\ 49' = –2°\ 30' \cdot$ $\cdot\ 0{,}84 = –2°\ 06'$.

Сближение меридианов для Екатеринбурга получилось отрицательным. Условились для точек, расположенных к востоку от осевого меридиана зоны или линии, ему параллельной, считать γ положительным, а для точек, расположенных к западу, отрицательным.

Из формулы (17) следует, что на экваторе сближение меридианов равно нулю, а на полюсе

$$\gamma = \Delta\lambda = \lambda - \lambda_0. \tag{18}$$

3.3. Азимуты, дирекционные углы, румбы

Азимутом А *линии местности в данной точке называется горизонтальный угол между северным направлением меридиана в этой точке и направлением линии; этот угол отсчитывается* *по ходу часовой стрелки от северного конца меридиана и изменяется от 0° до 360°.*

В зависимости от исходного меридиана азимут может быть астрономическим (истинным), геодезическим, географическим или магнитным.

В геодезической практике обычно пользуются ***магнитным азимутом*** $\boldsymbol{A_М}$, *который отсчитывается от магнитного меридиана и направление которого указывает стрелка компаса, буссоли.* Астрономический и магнитный азимуты связаны зависимостью (рис. 19):

$$A = A_М + \delta, \qquad (19)$$

с учетом знака магнитного склонения:

а) $A_М = A + \delta$, $A = A_М - \delta_З$ — склонение магнитной стрелки отрицательное;

б) $A_М = A - \delta$, $A = A_М + \delta_В$ — склонение магнитной стрелки положительное.

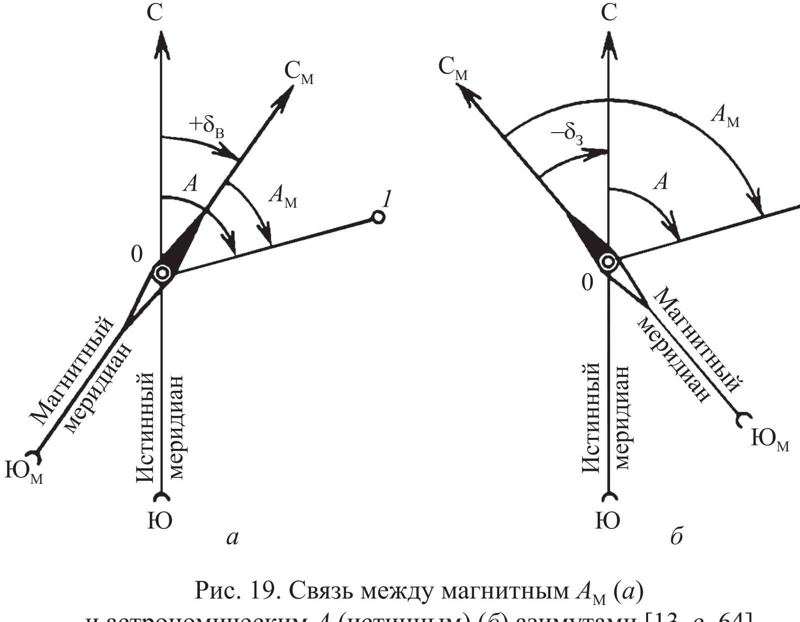

Рис. 19. Связь между магнитным $A_М$ (*а*)
и астрономическим A (истинным) (*б*) азимутами [13, с. 64]

В геодезии принято различать прямое и обратное направление линии. Так, если *AB* считать прямым направлением линии, то *BA* будем считать обратным направлением этой же линии. *A* является прямым азимутом линии *AB* в точке *M*, а угол A' — обратным азимутом линии *BA* в той же точке. Следовательно,

$$A' = A \pm 180°. \tag{20}$$

Прямой и обратный азимуты в данной точке разнятся на 180°. В формуле знаком «минус» удобно пользоваться, когда $A > 180°$.

В разных точках земного шара истинные меридианы не параллельны между собой. Отсюда следует вывод, что в разных точках одной и той же линии азимут имеет различную величину. В точках M_1 и M_2 линии *BC* истинные меридианы не параллельны меридиану *NS* точки *M*, азимуты в этих точках равны соответственно A_1 и A_2 (рис. 20).

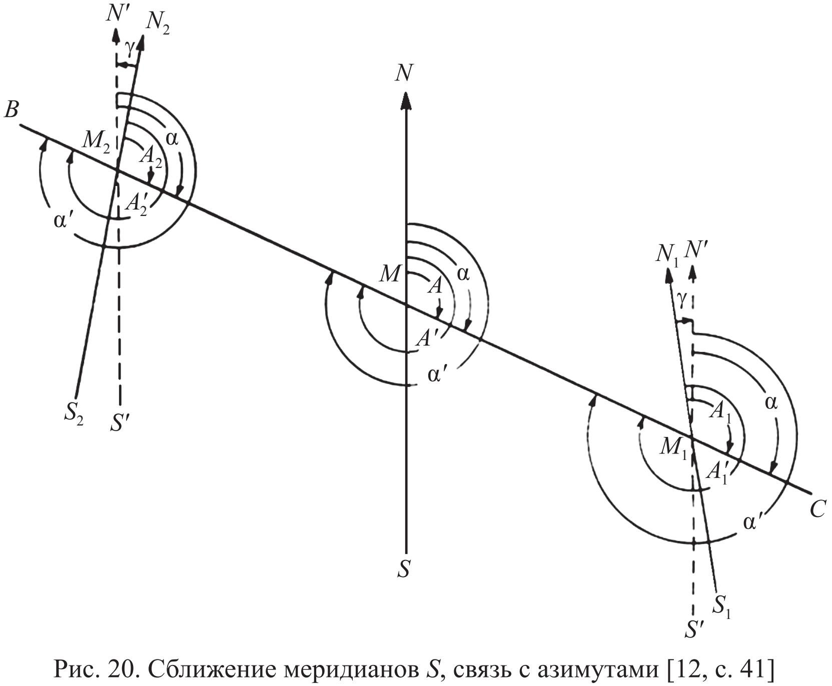

Рис. 20. Сближение меридианов *S*, связь с азимутами [12, с. 41]

Проведем через точки M_1 и M_2 направления $N'S'$, параллельные направлению истинного меридиана NS в точке M, тогда $N'M_1C = N'M_2C = A$, а

$$A_1 = A + \gamma, \tag{21}$$

$$A_2 = A - \gamma. \tag{22}$$

***Угол γ называется сближением меридианов**, это угол между истинными меридианами различных точек местности. Условились считать **γ** положительным для точек, расположенных к востоку (в точке **M_1**) от данной точки (**M**), а для точек, расположенных к западу от данной точки (в точке **M_2**) — отрицательным.*

Азимут линии CB в точке M_1 будет

$$A_1' = A_1 \pm 180°. \tag{23}$$

Подставив в эту формулу значение A_1 по формуле (20), получим

$$A_1' = A \pm 180° + \gamma, \tag{24}$$

т. е. прямой и обратный азимуты линий в разных ее точках разнятся на $180° + \gamma$.

Ориентирование на местности можно производить относительно осевого меридиана зоны. *Горизонтальный угол между северным направлением осевого меридиана зоны или линией, параллельной ему, и направлением данной линии местности называется **дирекционным углом***. Этот угол отсчитывается от северного конца осевого меридиана или направления, параллельного ему, по ходу часовой стрелки и изменяется от 0° до 360°.

Допустим, что на рис. 20 NS — осевой меридиан какой-либо зоны, а $N'S'$ — направления, ему параллельные. Тогда дирекционный угол линии BC в любой ее точке (на рис. 20 в точках M, M_1, M_2 и др.) равен α. Дирекционный угол линии в любой ее точке сохраняет свою величину (в отличие от азимута). В геодезии предпочтительно во всех возможных случаях ориентирование линий местности производить с помощью дирекционных углов.

Прямой и обратный дирекционные углы линии местности в данной ее точке отличаются между собой на 180°, т. е.

$$\alpha' = \alpha \pm 180° \qquad (25)$$

Можно легко установить связь между дирекционным углом и азимутом линии. Пусть на рис. 20 N_1S_1 и N_2S_2 — направления истинных меридианов в точках M_1 и M_2 , поэтому

$$A_1 = \alpha + \gamma, \qquad (26)$$

$$A_2 = \alpha - \gamma. \qquad (27)$$

Учитывая вышесказанное о знаках γ, можно вместо (25) и (26) написать общую формулу:

$$A = \alpha + \gamma. \qquad (28)$$

В точке M, расположенной на осевом меридиане зоны, $\gamma = 0$, поэтому в этой точке азимут и дирекционный угол равны между собой.

***Истинным румбом линии местности** называется острый угол между ближайшим концом истинного меридиана в данной точке и направлением линии местности.*

Пусть на рис. 21 *NS* — истинный меридиан, а *ME, MB, MC, MD* — направления на местности, которые мы ориентируем.

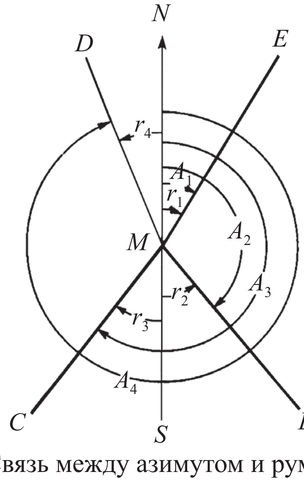

Рис. 21. Связь между азимутом и румбом [12, с. 41]

Линия *ME* имеет румб r_1 = СВ : 45°, линия *MC* ориентирована величиной румба r_3 = ЮЗ : 40° и т. д.

Величины румбов сопровождаются названиями четвертей, в которых находится данная линия. Первая четверть — СВ, вторая — ЮВ, третья — ЮЗ, четвертая — СЗ.

Следующие формулы:

$$\begin{aligned} r_1 &= A_1, \\ r_2 &= 180° - A_2, \\ r_3 &= A_3 - 180°, \\ r_4 &= 360° - A_4, \end{aligned} \tag{29}$$

дают возможность осуществить переход от азимутов к румбам и обратно.

***Румбы называют истинными**, если они ориентированы по истинному меридиану, и **магнитными**, если ориентированы по магнитному.* Если румб ориентирован от осевого меридиана или линии, параллельной осевому меридиану, его называют осевым или просто румбом. Градусная величина румба изменяется от 0° до 90°.

*Румбы, измеренные в начале линии, называют **прямыми**, а румбы, измеренные в конце линии, — **обратными*** (рис. 22). *Прямые и обратные румбы равны по градусной величине и противоположны по названию*.

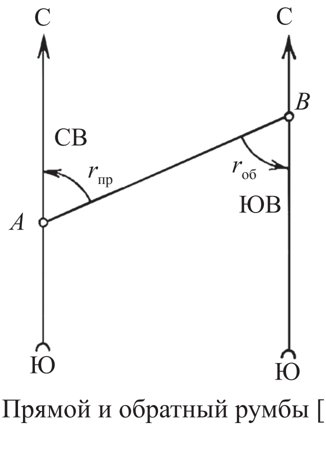

Рис. 22. Прямой и обратный румбы [13, с. 64]

3.4. Связь между различными видами ориентирующих углов

Рассмотрим различные виды ориентирующих углов и связь между ними.

Линию местности *BC* в точке *M* можно ориентировать с помощью азимута истинного и магнитного, дирекционного угла и соответствующего румба.

*Разность между величиной склонения магнитной стрелки и сближения меридианов называется **совместной поправкой** и обозначается буквой* П, т. е.

$$П = \delta - \gamma. \quad (30)$$

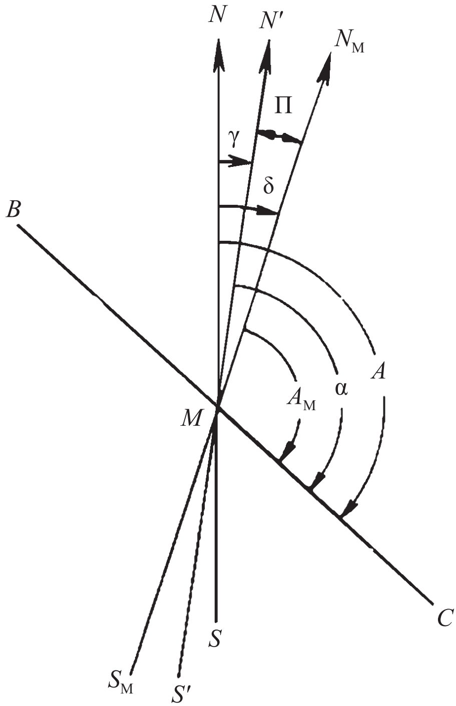

Рис. 23. Различные виды ориентирующих углов [12, с. 45]

Как видно из рис. 23,

$$\alpha = A_М + \delta - \gamma, \quad (31)$$

или

$$\alpha = A_М + П. \quad (32)$$

Под южной стороной рамки листа топографической карты дается среднее склонение магнитной стрелки в районе изображаемого на ней участка местности. Сближение меридианов указывается для средней точки листа по отношению к осевому меридиану зоны.

3.5. Связь между дирекционными углами предыдущей и последующей линий

Зависимость между дирекционным углом α_1 предыдущей линии *BC*, α_2 последующей линии *СД* и внутренним (правым по ходу γ или левым по ходу β) можно установить, если измерить с помощью теодолита горизонтальный угол γ или β.

При движении от *B* к *C* и далее к *D* угол β находится слева от идущего, а угол γ — справа. Поэтому угол β называется левым углом, а угол γ — правым углом между линиями.

Если движение осуществляется в обратном направлении (от *D* к *C* и далее к *B*), то названия углов β и γ соответственно изменятся.

Из рис. 24 имеем

$$\beta = \alpha_1 - \alpha_2. \tag{33}$$

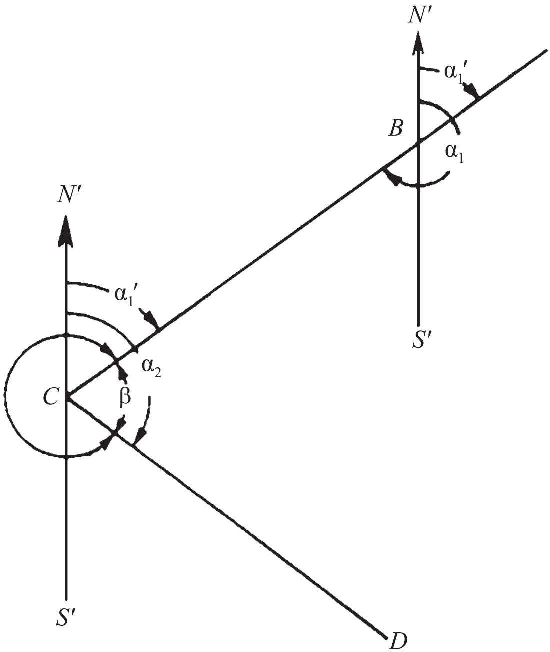

Рис. 24. Связь между дирекционными углами двух линий местности [12, с. 50]

Угол между двумя линиями местности равен разности их дирекционных углов. Из (33) получим:

$$\alpha_2 = \alpha_1' + \beta, \tag{34}$$

но

$$\alpha_1' = \alpha_1 \pm 180°, \tag{35}$$

т. е. прямой и обратный углы различаются на 180°.

Подставив (35) в (34), имеем:

$$\alpha_2 = \alpha_1 \pm 180° + \beta, \tag{36}$$

но если

$$\beta = 360° - \gamma,$$

то

$$\alpha_2 = \alpha_1 \pm 180° - \gamma. \tag{37}$$

Формулы (36) и (37) выражают связь между дирекционными углами предыдущей и последующей линий. Дирекционный угол последующей линии (α_2) равен дирекционному углу предыдущей линии (α_1) плюс или минус 180°, плюс левый угол (β) или минус правый угол (γ) между этими линиями.

Вопросы

1. Дайте понятие об истинном, магнитном и осевом меридианах.
2. Чем отличается азимут от дирекционного угла?
3. Какая существует зависимость между румбами и дирекционными углами?
4. Какие вы знаете виды склонения магнитной стрелки?
5. Каким изменениям подвержено склонение магнитной стрелки?
6. Какая имеется зависимость между дирекционными углами предыдущей и последующей линий?

4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛОЖЕНИЙ ТОЧЕК НА ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

4.1. Географические координаты. Виды широт

Положение горизонтальной проекции точки местности на уровенной поверхности можно определить при помощи распространенной системы географических (астрономических) координат.

Прямая линия OP, по которой направлена сила тяжести в данной точке Земли, называется ***отвесной или вертикальной линией.***

Примем уровенную поверхность Земли за поверхность сферы с центром в точке O.

Положение точки *M* на земной поверхности однозначно определяется двумя географическими координатами: географической широтой **φ** и географической долготой **λ**.

За начало отсчета в географической системе координат принимают начальный меридиан PM_0P_1, проходящий через центр Гринвичской обсерватории на окраине Лондона, и плоскость экватора *EQ* (рис. 25).

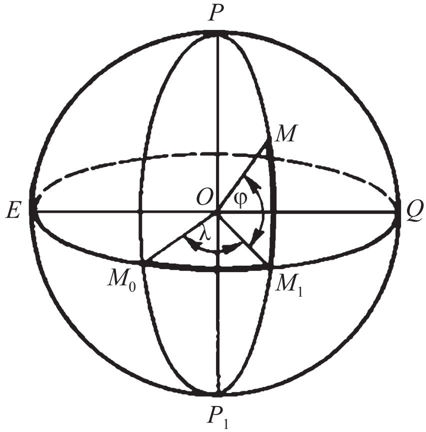

Рис. 25. Географическая система координат

Географической широтой **φ** *точки M называется угол MOM_1 между плоскостью земного экватора и отвесной линией, проходящей через точку M.* Географическая широта отсчитывается от экватора в пределах от 0° до +90° (северной широты), от 0° до –90° (южной широты).

Географической долготой* λ *точки М называется двугранный угол M_0OM_1 между плоскостью начального меридиана и плоскостью меридиана, проходящего через данную точку М.

В нашей стране принято отсчитывать географическую долготу к востоку от начального меридиана, т. е. в сторону вращения Земли, в пределах от 0° до 360° (от 0° до +180° к востоку — восточная долгота, и от 0° до –180° к западу — западная долгота)

При решении многих астрономических задач можно считать, что Земля представляет собой однородный шар радиусом R = 6370 км. Тогда направление отвесной линии в любой точке земной поверхности проходит через центр Земли и совпадает с ее радиусом. В этом случае географическая широта какой-либо точки на Земле может быть измерена дугой меридиана от экватора до данной точки, а географическая долгота — дугой экватора от начального меридиана до меридиана, проходящего через данную точку.

При решении задач, требующих более точных значений размеров и формы Земли, последняя принимается за эллипсоид вращения (сфероид) с неоднородным распределением масс.

В этом случае отвесная линия не для всех точек земной поверхности будет проходить через центр сфероида O, а будет пересекать плоскость земного экватора в некоторой другой точке O_1, не совпадая с радиус-вектором ρ_1 , т. е. прямой OM, соединяющий центр сфероида с точкой M (рис. 26).

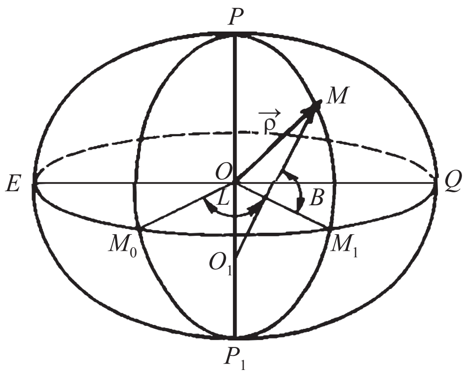

Рис. 26. Геодезическая система координат

Вследствие неравномерного распределения масс в области данной точки отвесная линия *MO* может также не совпадать с нормалью MO_1 к поверхности сфероида, т. е. с перпендикуляром к касательной плоскости в данной точке Земли *M*. Поэтому для каждой точки на поверхности Земли необходимо различать ***три вида географической широты:*** *астрономическую, геоцентрическую и геодезическую.*

Астрономической широтой φ *называется угол между плоскостью земного экватора и отвесной линией в данной точке M.*

Геоцентрической широтой φ' *называется угол между плоскостью земного экватора и радиус-вектором данной точки M.*

Геодезической широтой B *называется угол между плоскостью земного экватора и нормалью к сфероиду* (*эллипсоиду вращения*) *в данной точке.*

Непосредственно из астрономических наблюдений определяется только астрономическая широта φ. Из геодезических и гравиметрических наблюдений определяется уклонение отвеса в данной точке, т. е. несовпадение отвесной линии с нормалью, это дает возможность из астрономической широты φ получить геодезическую широту требуемой точки. Уклонение отвесных линий не достигает, как правило, $3''$.

4.2. Плоские прямоугольные координаты

В этой системе плоскость координат совпадает с горизонтальной плоскостью в точке *O*, которую принимают за начало координат (рис. 27). Через начало координат проходят две взаимно перпендикулярные прямые *XX* и *YY*, называемые осями координат. Ось *XX* совмещается с направлением меридиана и называется осью абсцисс, а линия *YY*, перпендикулярная к оси абсцисс и проходящая через точку *O*, называется осью ординат [13, с. 7–13].

Координатные оси делят плоскость на четыре четверти: I (СВ), II (ЮВ), III (ЮЗ), IV (СЗ).

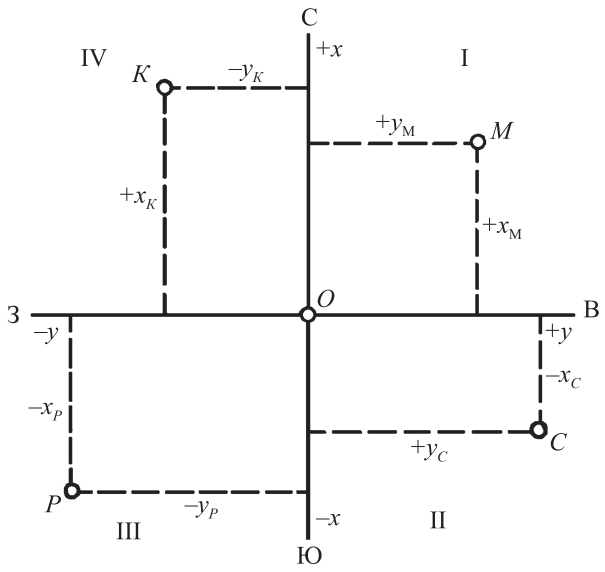

Рис. 27. Плоские прямоугольные координаты [13, с. 9]

Положение любой точки на плоскости, например точки *М*, определяется двумя ее координатами $+x_М$ и $+y_М$, т. е. длинами перпендикуляров, опущенных из точки *М* на оси *X* и *Y*. Координаты сопровождаются знаками «плюс» или «минус» и зависят от названия четвертей, в которых находится данная точка: *x*, *y*.

Первая	четверть	(СВ)	+	+
Вторая	«	(ЮВ)	–	+
Третья	«	(ЮЗ)	–	–
Четвертая	«	(СЗ)	+	–

В геодезии направление оси абсцисс берут обычно совпадающим с направлением меридиана, проходящим через точку, принятую за начало координат на Земле, и за положительное направление этой оси принимают направление к северному ее концу. Иногда направление оси абсцисс берется не в плоскости меридиана, а по некоторому другому направлению, намечаемому сообразно обстоятельствам дела. Такие оси называются ***условными.***

В полярной системе координат основой являются полюс *P*, помещенный в какой-либо точке земной поверхности, и ось *PX*, называемая полярной осью (рис. 28). Для определения положения любой точки, например *B*, соединяем данную точку с полюсом *P*.

Это расстояние *PB* называют радиусом-вектором r_1. Измеряют угол β_1 от полярной оси *PX* до радиуса-вектора по направлению хода часовой стрелки.

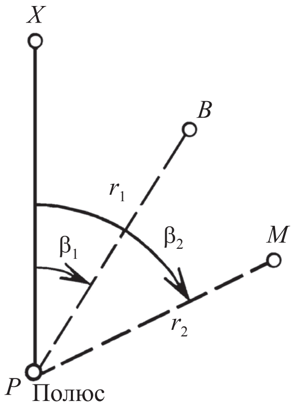

Рис. 28. Плоские полярные координаты [13, с. 9]

Положение точки *M* определяют аналогично, т. е. измеряют r_2 и β_2. Положение полярной оси выбирают произвольно или совмещают ее с направлением истинного меридиана.

Положение точки определяется в этом случае углом α *и расстоянием r. Такие координаты называются* ***полярными.***

Вопросы

1. Дайте понятие отвесной линии и нормали в данной точке на поверхности эллипсоида.
2. Чем отличается астрономическая широта от геодезической?
3. Как расположены оси в плоской прямоугольной системе координат?
4. Что определяет положение точки в полярной системе координат?

4.3. Прямая и обратная геодезические задачи

В геодезии часто приходится передавать координаты с одной точки (пункта) на другую.

Зная исходные координаты данной точки, горизонтальное расстояние до другой точки и направление линии, соединяющей их (азимут, дирекционный угол или румб), можно определить координаты второй точки (пункта) — в этом заключается решение прямой геодезической задачи.

Данная задача представляет значительные трудности при ее решении для точек, расположенных на эллипсоиде. Для точек на плоскости она решается следующим образом.

Пусть *AB* — одна из сторон полигона (теодолитного хода), для которой известна горизонтальная проекция *d* и дирекционный угол α (рис. 29). Координаты точки *A* (x_1, y_1) также известны.

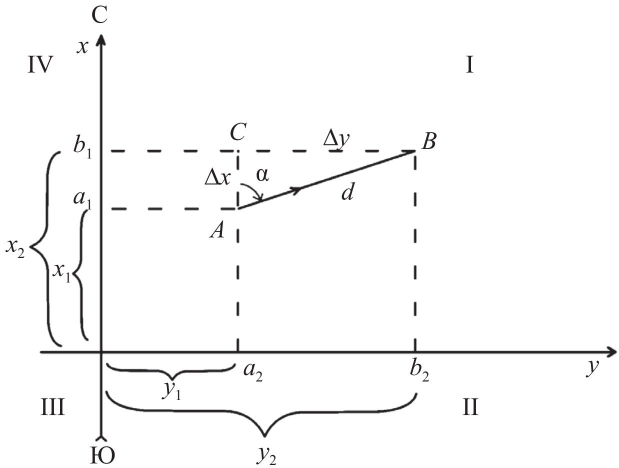

Рис. 29. Прямая геодезическая задача

Требуется найти координаты второй точки *B* (x_2, y_2). Из рис. 29 имеем:

$$x_2 - x_1 = \Delta x,$$

$$y_2 - y_1 = \Delta y. \qquad (38)$$

Разности Δx и Δy координат последующей и предыдущей точек называются приращениями координат.

Из прямоугольного треугольника ABC имеем:

$$\Delta x = d \cos \alpha,$$

$$\Delta y = d \sin \alpha. \qquad (39)$$

Так как d — всегда число положительное, то знаки приращений координат Δx и Δy зависят от знака $\cos \alpha$, $\sin \alpha$.

Для различных значений углов α знаки Δx и Δy могут быть представлены так, как показано в табл. 3 или на рис. 30.

Таблица 3

Определение румбов сторон хода и знаки приращений координат

Приращение	Четверть окружности, к которой относится α			
	I, или СВ	II, или ЮВ	III, или ЮЗ	IV, или СЗ
Δx	+	–	–	+
Δy	+	+	–	–

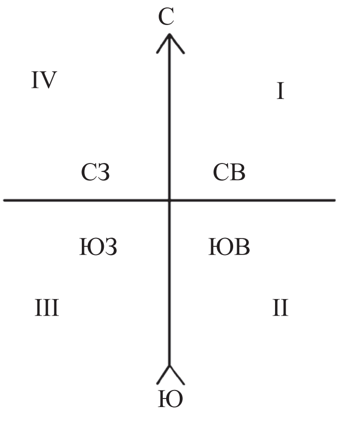

Рис. 30. Нумерация четвертей и их названия

При помощи румба приращения координат вычисляем по формулам

$$\Delta x = d\cos r,$$
$$\Delta y = d\sin r. \quad (40)$$

Знаки приращениям дают в зависимости от названия румба.

Вычислив приращения координат, искомые координаты точки *B* (или другой точки) можно найти по формулам

$$x_2 = x_1 + \Delta x,$$
$$y_2 = y_1 + \Delta y. \quad (41)$$

Этим способом можно найти координаты любого числа точек по правилу, вытекающему из формулы (41): координата последующей точки равна координате предыдущей точки плюс соответствующее приращение.

Обратная геодезическая задача состоит в том, чтобы по данным координатам точек *A* и *B* найти длину и направление (дирекционный угол, румб) отрезка *AB*.

Имея координаты точек $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, находим по формулам (38) приращения координат. Из формулы (39) имеем: $d = \Delta x/\cos\alpha = \Delta y/\sin\alpha$. Тогда, учитывая формулы (39) и (40), получим:

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \Delta y/\Delta x, \quad (42)$$

$$\mathrm{tg}\,r = \Delta y/\Delta x, \quad (43)$$

$$d = (\Delta x^2 + \Delta y^2)^{1/2}. \quad (44)$$

По формуле (42) находят величину угла α, а по знакам приращений определяют четверть, в которой он располагается, и название румба, вычисленного по формуле (43).

Найдя α и *r*, вычисляют дважды (для контроля) расстояние *d* при помощи формул (39) или (44).

4.4. Невязки приращений координат. Невязка периметра замкнутого полигона

Вычислив все приращения координат замкнутого полигона по осям x, y и сложив их, получим для замкнутого полигона

$$\sum \Delta x = 0, \quad \sum \Delta y = 0. \tag{45}$$

В действительности, поскольку результаты линейных и угловых измерений содержат в себе неизбежные ошибки, будем иметь:

$$\sum \Delta x \neq 0; \sum \Delta y \neq 0. \tag{46}$$

Обозначим $\sum \Delta x = f_x$, $\sum \Delta y = f_y$. Величины f_x , f_y называются невязками приращений координат.

Величины f_x и f_y указывают на то, что конечная точка A_1 последней линии полигона не совпала с начальной точкой A первой линии.

Найдем величину незамыкания полигона, на рис. 31 это величина A_1A, которая обозначена f_s.

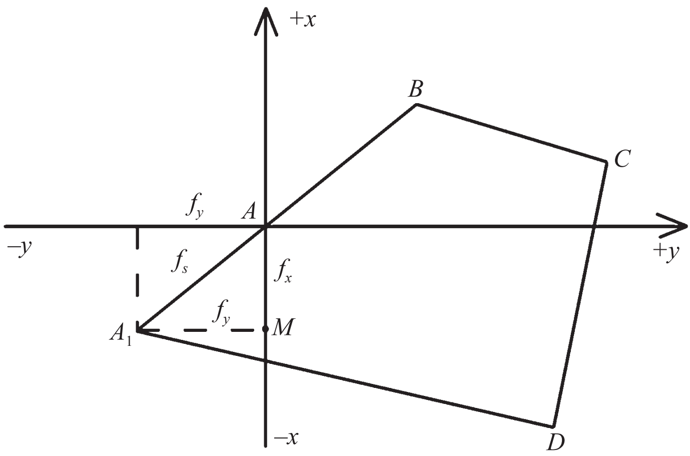

Рис. 31. Замкнутый теодолитный ход (полигон)

Опустив из точки A_1 перпендикуляр на ось x, получаем, что в треугольнике A_1AM катеты равны AM и A_1M, т. е.

$$f_s = (f_x^2 + f_y^2)^{1/2}. \tag{47}$$

В формуле (47) f_s называется линейной невязкой хода.

Для оценки точности выполненных измерений пользуются обычно относительной линейной невязкой, т. е. невязкой, приходящейся на единицу длины хода, вычисляя ее по формулам

$$f_s/P = f_s/\sum_{i=1}^{n} d_i. \tag{48}$$

В формуле (48) P — периметр, d_i — длина i-й стороны хода.

4.5. Увязка приращений и вычисление координат

Величина отношений невязки зависит от периметра полигона, поэтому невязку в приращениях естественнее всего распределять пропорционально длинам линий.

Исходя из этого, увязку ведут в следующем порядке:

1. Подсчитывают периметр фигуры: $P = \sum_{i=1}^{n} d_i$, где n — число сторон хода. Далее выражают его в сотнях метров: $k = P/100$.

2. По невязкам в приращениях определяют поправки, приходящиеся на одну сотню метров периметра, т. е.

$$f_x/k = a; \quad f_y/k = b.$$

3. Подсчитывают поправки для каждой линии пропорционально ее длине.

4. Сумму найденных поправок к приращениям сравнивают с невязками. При правильном распределении поправок эти величины должны совпадать, отличаясь только знаком.

5. Поправки, округленные до сотых долей метра, суммируют с обратным знаком к соответствующим приращениям.

6. Увязав приращения, вычисляют координаты вершин теодолитного хода, последовательно приводя исправленные приращения к координатам предыдущей точки по формулам:

$$x = x_{n-1} \pm \Delta x_n, \quad y = y_{n-1} \pm \Delta y_n.$$

Исходными служат известные координаты начальной точки. Правильность вычисленных координат контролируется тем, что, определив координаты последующей точки и придав к ним приращения, соответствующие последней линии, мы должны получить точное совпадение с координатами начальной точки, принятыми за исходные.

Вопросы

1. В чем сущность прямой и обратной геодезической задачи?
2. Что такое приращения координат? Как их можно вычислить?
3. Чему равна теоретическая сумма приращений координат в замкнутом теодолитном ходе?
4. Как определить невязки приращений координат? Почему они возникают?
5. Чему равны абсолютная и относительная невязки замкнутого теодолитного хода?
6. В чем заключается увязка приращений координат?
7. Зная координаты начальной вершины хода, как вычислить координаты последующих пунктов?

4.6. Вычисление прямоугольных координат вершин замкнутого теодолитного хода

После выполнения геодезических измерений в замкнутом теодолитном ходе (полигоне) с целью получения координат съемочной основы крупномасштабного плана приступают к камеральной обработке результатов теодолитной съемки. Одним из ее этапов является определение координат вершин теодолитного хода.

Вычислительные работы начинаются с записи в ведомости (табл. 4) исходных данных: номеров пунктов теодолитного хода (колонки 1, 13), измеренных горизонтальных углов (колонка 2), горизонтальных проложений длин сторон хода (колонка 6), прямоугольных координат начального пункта хода (первая строка колонок 11, 12), дирекционного угла начальной стороны 1–2 (первая строка колонки 4).

Определение прямоугольных координат вершин замкнутого теодолитного хода выполняют в следующей последовательности:

1. Вычисляют сумму измеренных горизонтальных углов $\Sigma\beta$ и записывают в нижней строке колонки 2 табл.4.

2. Определяют фактическую и допустимую угловые невязки теодолитного хода:

$$f_\beta = \sum_1^n \beta - 180°(n-2), \tag{49}$$

или

$$f_\beta = \sum_1^n \beta - 180°(n+2), \tag{50}$$

$$f_\beta = 2'\sqrt{n}, \tag{51}$$

где n — число углов хода.

Формулу (49) применяют при измерении внутренних углов хода, формулу (50) — внешних углов.

Если фактическая невязка не превышает допустимую, то ее распределяют с обратным знаком примерно поровну во все измеренные углы хода и записывают в виде поправки сверху измеренных значений углов хода (колонка 2). Значения увязанных (исправленных) углов записывают в колонку 3. Сумма исправленных углов должна быть точно равна $180°(n \pm 2)$, в нашем случае 360°.

3. Используя значение дирекционного угла исходной (начальной) стороны хода (вторая строка колонки 4) и значения исправленных углов (колонка 3), последовательно вычисляют дирекционные углы всех сторон хода, например,

$$\alpha_{23} = \alpha_{12} \pm 180° - \beta_2, \tag{52}$$

где α_{23} — дирекционный угол последующей стороны 2–3;

α_{12} — дирекционный угол предыдущей стороны 1–2;

β_2 — исправленный угол при вершине 2 (правый по ходу).

Значения вычисленных дирекционных углов записывают в колонку 4. Контролем правильности вычислений является получение в конце их подсчета значения дирекционного угла начальной стороны 1–2, точно равного величине исходного дирекционного угла этой стороны.

4. Полученные значения дирекционных углов переводят в румбы согласно формулам (29), только вместо азимутов нужно вставить значения дирекционных углов и записать румб в колонку 5.

5. Вычисляют приращения координат по формулам:

$$\Delta x_i = d_i \cos \alpha_\mathrm{i} = \pm\, d_i \cos r_i, \tag{53}$$

$$\Delta y_i = d_i \sin \alpha_\mathrm{i} = \pm\, d_i \sin r_i, \tag{54}$$

где d — горизонтальное проложение стороны хода, которое соответствует данному дирекционному углу или румбу. Записывают вычисленные приращения координат в колонки 7 и 8.

6. Определяют невязки хода f_x и f_y по осям x и y, абсолютную и относительную невязки $f_{\text{абс}}$ и $f_{\text{отн}}$ всего теодолитного хода по формулам

$$f_x = \sum \Delta x_i\,, \tag{55}$$

$$f_y = \sum \Delta y_i\,, \tag{56}$$

$$f_{\text{абс}} = (f_x^2 + f_y^2)^{1/2}\,, \tag{57}$$

$$f_{\text{отн}} = f_{\text{абс}}/P\,, \tag{58}$$

где P — периметр хода, записанный в нижней строке колонки 6. Величина допустимой относительной ошибки не должна превышать 1/2000 для благоприятных условий, 1/1000 — для неблагоприятных условий. Эти величины приводятся внизу табл. 4 под колонками 7–10.

7. Если относительная невязка хода получилась меньше допустимой, то невязки f_x и f_y распределяют (увязывают) путем введения поправок в приращения координат пропорционально длинам сторон (горизонтальным проложениям). Поправка имеет знак,

обратный знаку невязки. Величины поправок записывают в колонки 7, 8 над приращениями координат Δx, Δy. Исправленные (увязанные) приращения записывают в колонки 9, 10. Суммы исправленных приращений Δx и Δy в колонках 9, 10 должны быть равны нулю.

8. Последовательно вычисляют координаты x, y вершин теодолитного хода по формулам, например,

$$x_2 = x_1 + \Delta x_{12}, y_2 = y_1 + \Delta y_{12}\ , \tag{59}$$

$$x_3 = x_2 + \Delta x_{23}, y_3 = y_2 + \Delta y_{23} \tag{60}$$

и т. д., получая координаты каждой последующей вершины как сумму координат предыдущей с соответствующим исправленным приращением.

Контролем всех вычислений является получение координат x, y вершины 1 теодолитного хода, которые должны соответствовать его исходным координатам.

Полученные значения координат вершин замкнутого теодолитного хода используются на следующем этапе камеральных работ для построения на бумаге (или экране компьютера) вершин хода, являющихся опорой для съемки и в нанесении по данным абриса самих предметов и характерных контуров местности.

Таблица 4

Ведомость вычисления координат вершин замкнутого теодолитного хода

№ пунктов хода	Горизонтальные углы				Дирекционные углы		Румбы			Горизонтальные проложения сторон хода, м	Приращения координат, м				Координаты, м		№ пунктов хода
	Измеренные		Увязанные				Название				Вычисленные		Увязанные		x	y	
	0	1	0	1	0	1		0	1		Δx	Δy	Δx	Δy			
1	2		3		4		5			6	7	8	9	10	11	12	13
		–1,00															
1	129	14,50	129	13,5							–0,006	–0,003					
		–0,75			28	03,5	СВ	28	0,5	28,571	+25,213	+13,439	+25,207	+13,436	1000,000	2000,000	1
2	45	34,75	45	34,0							–0,014	–0,005					
		–1,00			162	29,5	ЮВ	17	30,5	57,127	–54,616	+16,750	–54,630	+16,745	1025,207	2013,436	2
3	74	03,50	74	02,5							–0,004	–0,002					
		–1,00			268	27,0	ЮЗ	88	27,0	18,233	–0,493	–18,226	–0,497	–18,228	970,577	2030,181	3
4	111	11,00	111	10,0							–0,007	–0,0003					
					337	17,0	СЗ	22	43,0	32,225	+29,927	–11,950	+29,920	–11,953	970,080	2011,953	4
1															1000,000	2000,000	1
										$P = 136,156$	+55,140	+30,189	+55,127	+30,181			
											–55,109	–30,175	–55,127	–30,181			

$\sum\beta$ 360° 03′,75 360°00′

$\sum\beta_{г}$ 360°00′

$f_{\beta} = +\,03',75$

$f_{доп} = 2'\sqrt{4} = 4',0$

$f_x + 0,031$ $f_y + 0,013$

$f_{абс} = ((0,031)^2 + (0,013)^2)^{1/2} = 0,034$

$f_{отн} = 0,034/136,156 \approx 1/4004 < 1/2000$

4.7. Определение координат пункта методом прямой засечки

Способом засечек снимаются хорошо видные, но недоступные для непосредственного измерения линий точки местности (рис. 32).

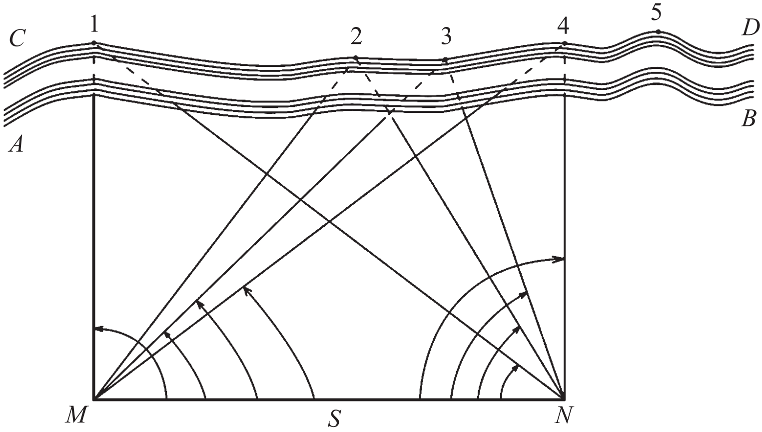

Рис. 32. Метод прямой засечки

Так, дальний берег реки *CD* можно снять с измеренной лентой магистрали *MN*, измеряя на каждую точку изгиба берега по два угла: один при точке *M*, другой при точке *N*.

Способом засечек каждая точка снимается самостоятельно. Этот способ требует открытой местности. Линия *MN* должна быть привязана к опорной сети.

4.8. Определение неприступных расстояний. Засечка бокового пункта

Условия местности и различные препятствия заставляют видоизменять общие правила угловых и линейных измерений в теодолитных ходах.

Рассмотрим несколько типичных случаев.

При измерении длин линий могут встречаться препятствия. Так, в теодолитном ходе две линии *BC* и *DF* не могут быть непосредственно измерены из-за водных препятствий (рис. 33).

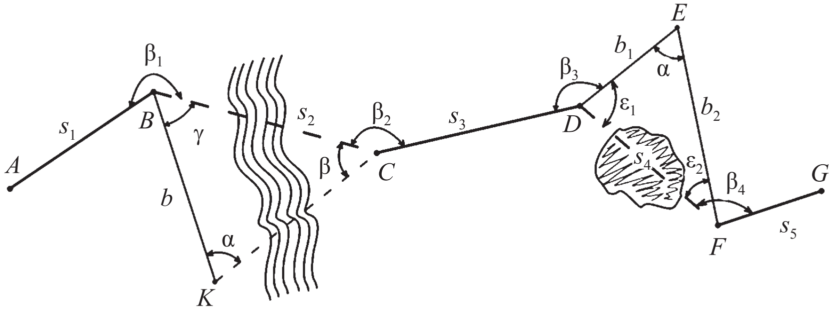

Рис. 33. Определение неприступных расстояний

В первом случае вопрос решается созданием треугольника *BCK*, в котором измеряется базис *b* и углы α, β, γ. Сумма углов, сравнимая со 180°, контролирует правильность их измерения.

По теореме синусов для плоского треугольника

$$s_2 = b \sin \alpha / \sin \beta,$$

т. е. сторона определяется косвенно.

Во втором случае берется треугольник *DEF*, в котором измеряются базисы b_1, b_2 и углы α, ε_1, ε_2.

После проверки правильности измерения углов длина s_4 вычисляется по формуле:

$$s_4 = (b_1^2 + b_2^2 + 2b_1 b_2 \cos \alpha)^{1/2}.$$

Весьма полезно при прокладке теодолитного хода производить боковые засечки. Так, при прокладке магистрали вдоль реки можно засечь пункт *W* — естественный, в виде дерева, или искусственный, в виде большой вехи. При засечке измеряются углы η_1, η_2, … при каждой точке для контроля нужно измерять по два угла, например, η_2 и η_3 при точке *C* (рис. 34). Таких направлений на засекаемую точку должно быть не менее трех. Боковые засечки дают возможность получать дополнительные опорные пункты (в данном случае пункты на другом берегу реки), и одновременно эти точки служат для контроля правильности прокладки самого теодолитного хода.

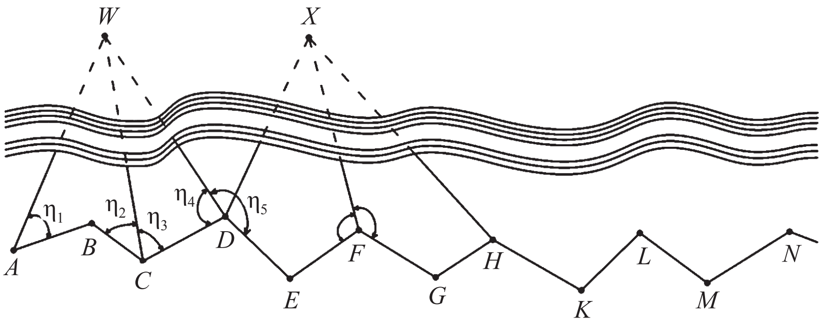

Рис. 34. Засечка бокового пункта

Вопросы

1. В чем сущность прямой геодезической засечки?
2. Как определить неприступное расстояние на местности?

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. *Левитская Т. И.* Основы геодезии : учеб. пособие. Екатеринбург, 1999.
2. *Тетерин Г. Н.* История геодезии (до XX в.), Новосибирск, 2016.
3. *Машимов М. М.* Геодезические задачи измерения неоднородного пространства // Геодезия и картография. 1993. № 10. С. 21–26.
4. *Эйнштейн А.* Собр. науч. тр. М., 1966. Т. 4.
5. *Шилов П. И., Федоров В. И.* Инженерная геодезия и аэрогеодезия. М., 1971.
6. *Красовский Ф. Н.* Руководство по высшей геодезии : в 2 ч. М., 1938, 1939, 1942.
7. *Пандул И. С.,Зверевич В. В.* История и философия геодезии и маркшейдерии. СПб., 2008.
8. *Поклад Г. Г., Гриднев С. П.* Геодезия : учеб. пособие для вузов. 2-е изд. М., 2008.
9. *Хаимов З. С.* Основы высшей геодезии. М., 1984.
10. *Левитская Т. И.* Небо и Земля. Вклад выдающихся личностей России в развитие астрономии и геодезии : учеб. пособие. Екатеринбург, 2013.
11. *Вировец А. М.* Высшая геодезия. М., 1967.
12. *Гиршберг М. А.* Геодезия. М., 1967.
13. *Родионов В. И.* Геодезия. М., 1987.