Теоретические основы электротехники

Лекция 3
Преобразования схем и методы расчета электрических цепей

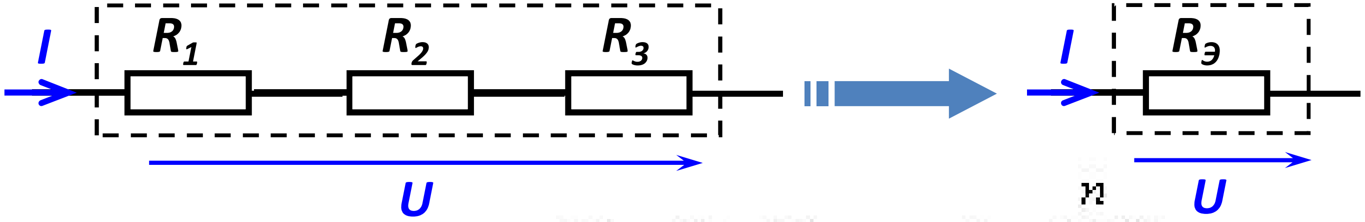
Вахтина Елена Артуровна
доцент кафедры электротехники, автоматики и метрологии, к.п.н.

ПЛАН

1. Преобразование схем электрических цепей:
   1.1 Последовательное, параллельное и смешанное соединения элементов;
   1.2. Преобразование соединения треугольник в эквивалентное соединение звездой и звезды в треугольник.
2. Методы расчета сложных электрических цепей:
   2.1 Метод законов Кирхгофа
   2.2 Метод контурных токов
   2.3 Метод узловых потенциалов

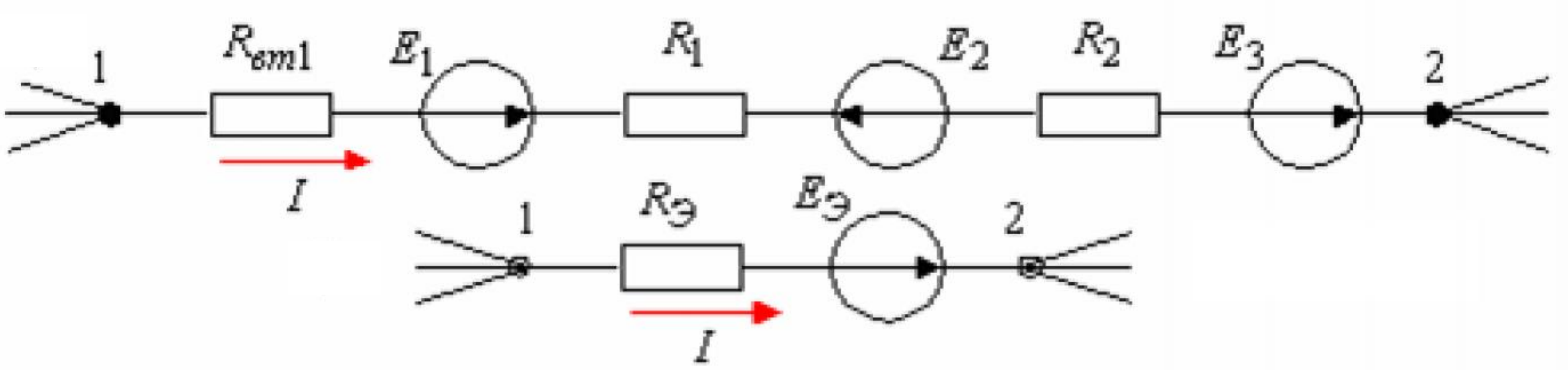
1. 1 Последовательное, параллельное и смешанное соединения элементов

а) *последовательное соединение*



$$R_Э = R_1 + R_2 + R_3$$

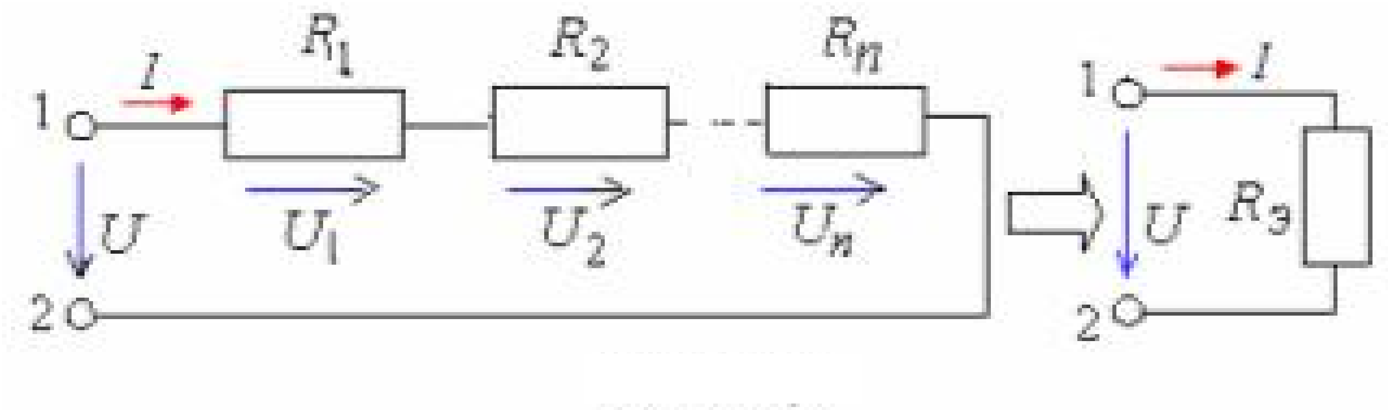
$$R_Э = R_1 + R_2 + \ldots + R_n = \sum_{k=1}^{n} R_k.$$



$$R_Э = R_{вт1} + R_1 + R_2$$

$$E_Э = E_1 - E_2 + E_3 = \sum_{k=1} E_k.$$

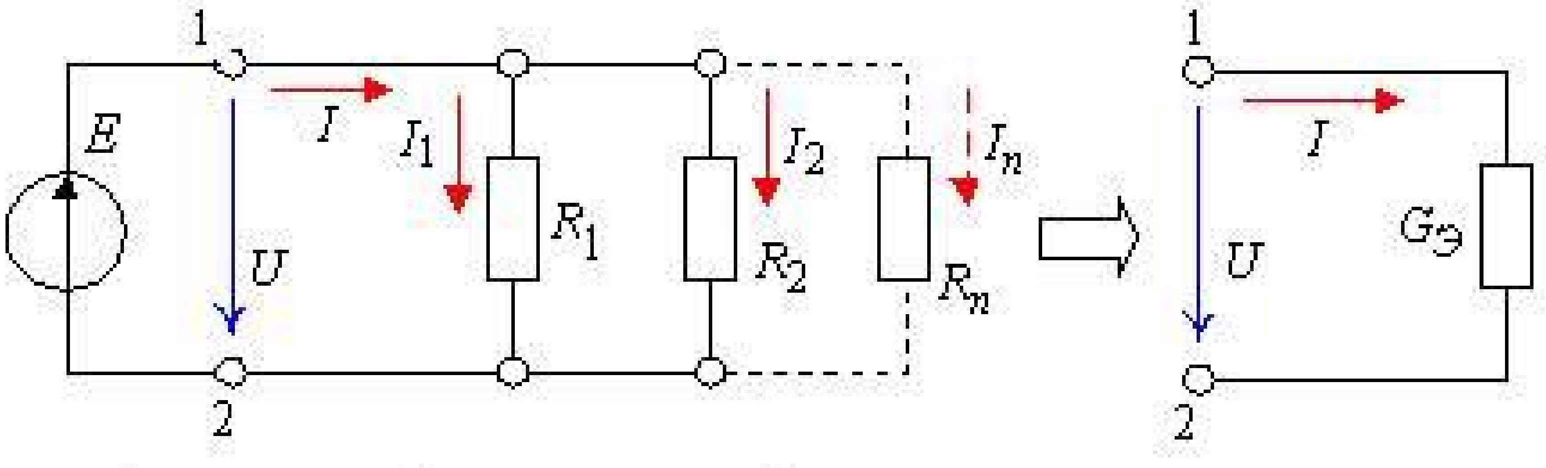
Правило делителя напряжения



$$\boxed{U_1 = UR_1/(R_1 + R_2, \ldots, + R_n)}$$

$$U_2 = UR_2 / R_э$$

б) Параллельное соединение элементов



$$G_1 = \frac{1}{R_1}; \quad G_2 = \frac{1}{R_2}; \ldots; \quad G_n = \frac{1}{R_n}$$

где ***G*** - проводимость ветви [См]

$$\frac{1}{R_э} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{R_k} = \sum_{k=1}^{n} G_k = G_э$$

б) Параллельное соединение элементов

Частные случаи:

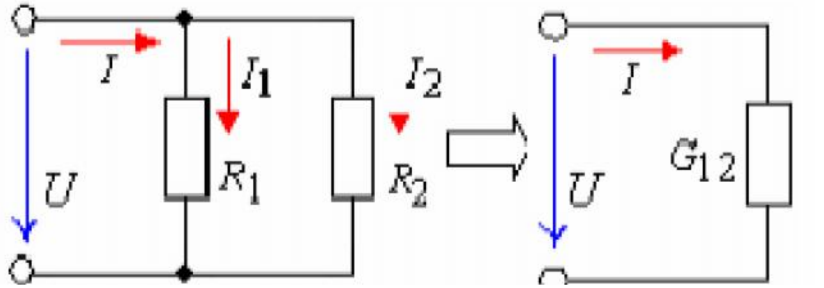
а) 2 параллельно включенных сопротивления R_1 и R_2 $\Longrightarrow$

$$R_Э = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

б) при равенстве n параллельно включенных сопротивлений $R_1 = R_2 = \ldots = R_n$ $\Longrightarrow$

$$R_Э = \frac{R}{n}$$

Правило делителя тока



$$G_{12} = G_1 + G_2 = 1/R_1 + 1/R_2 =$$

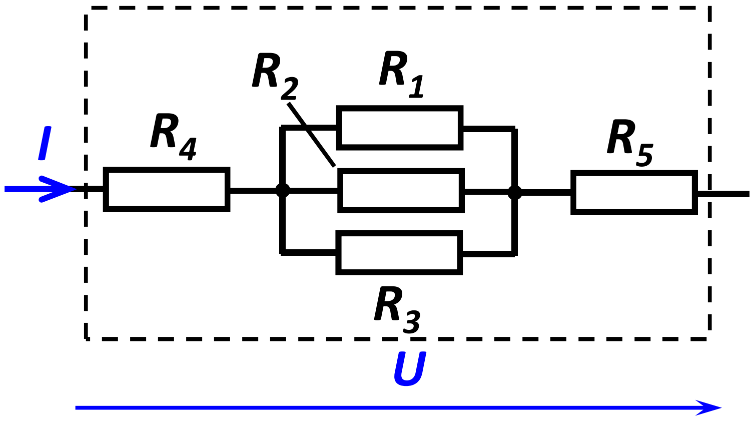
$$= \frac{1}{R_{12}} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}; \quad R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

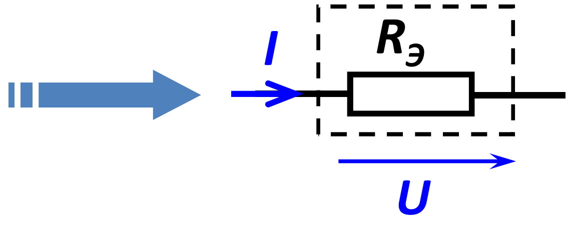
Общий ток $I = U \cdot G_{12}$, напряжение $U = I \cdot R_{12}$, а токи ветвей:

$$\boxed{I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{I \cdot R_{12}}{R_1} = I\frac{R_1 R_2}{R_1(R_1 + R_2)} = I\frac{R_2}{R_1 + R_2}; \quad I_2 = I\frac{R_1}{R_1 + R_2}.}$$

в) Смешанное соединение элементов

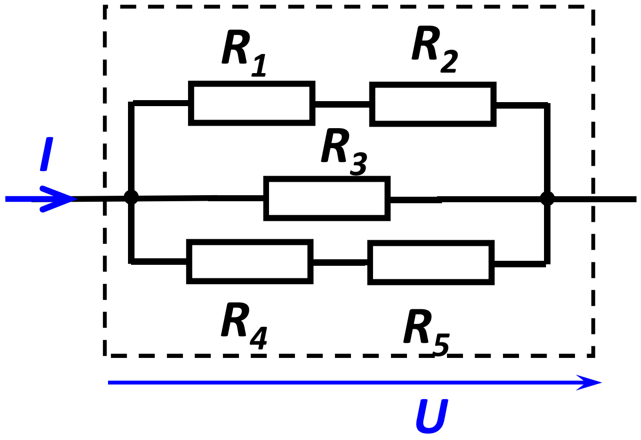
Последовательно-параллельное соединение

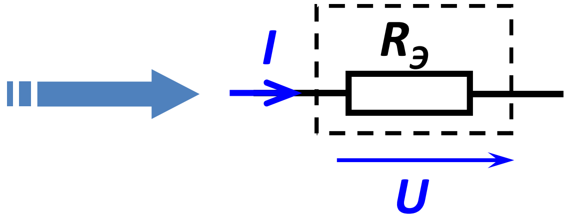




$$R_э = R_4 + \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} + R_5$$

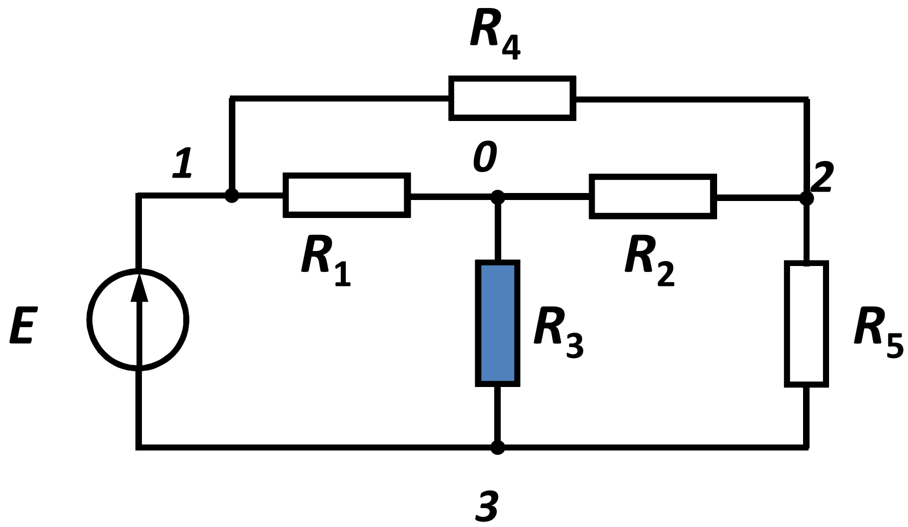
Параллельно-последовательное

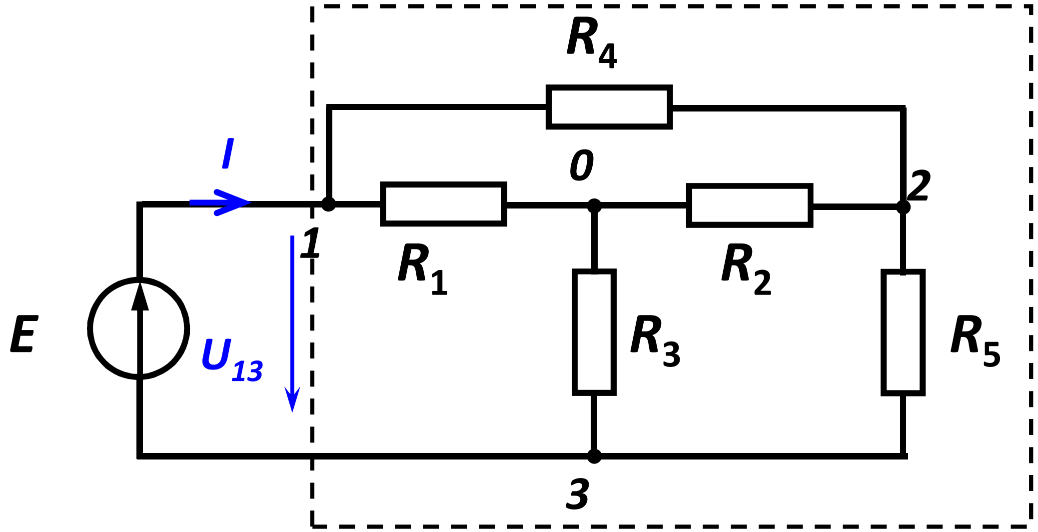


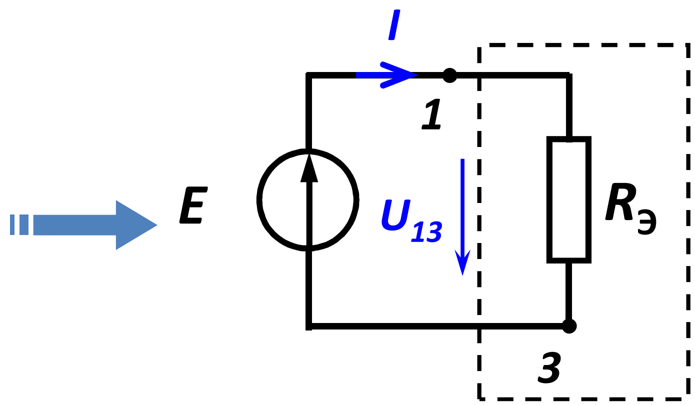


$$R_э = \frac{1}{\frac{1}{R_1 + R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4 + R_5}}$$

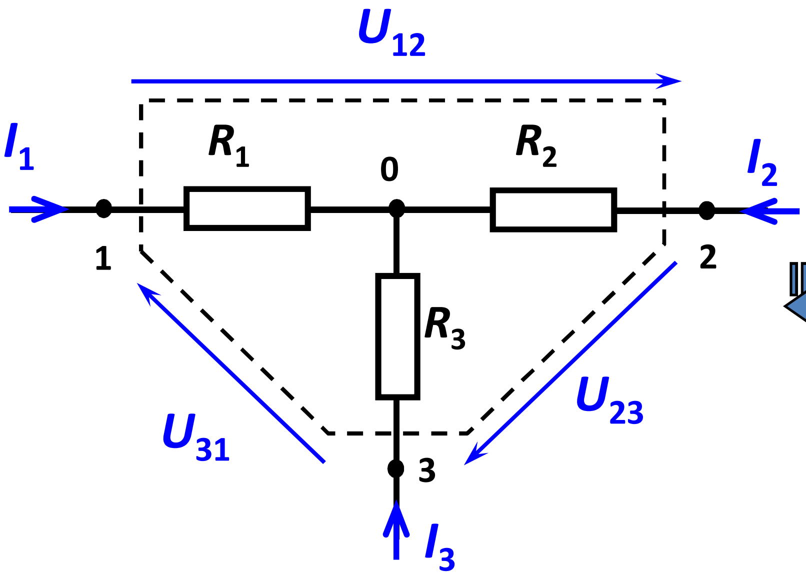
1.2. Преобразование соединения «треугольник» в эквивалентное соединение «звезда» и наоборот

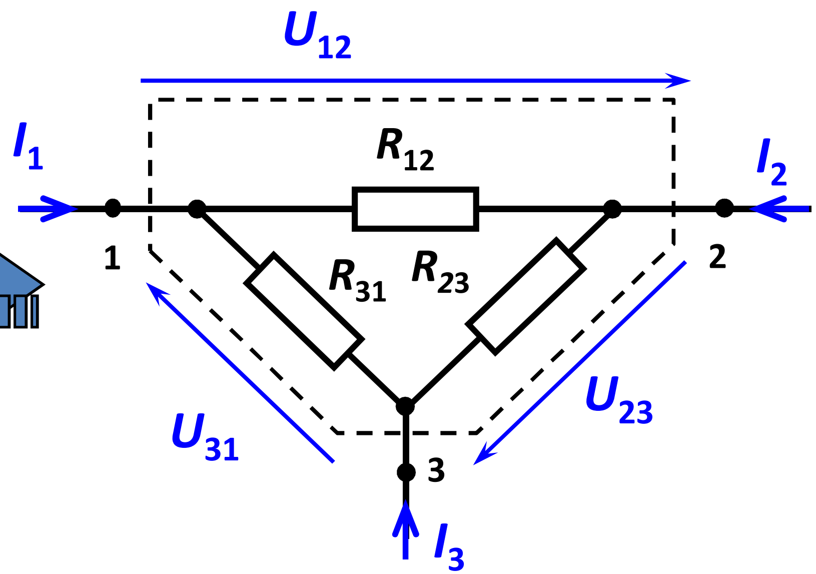






Мостовое преобразование





Треугольника в звезду

$$R_1 = \frac{R_{12} \cdot R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$R_2 = \frac{R_{12} \cdot R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$R_3 = \frac{R_{23} \cdot R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

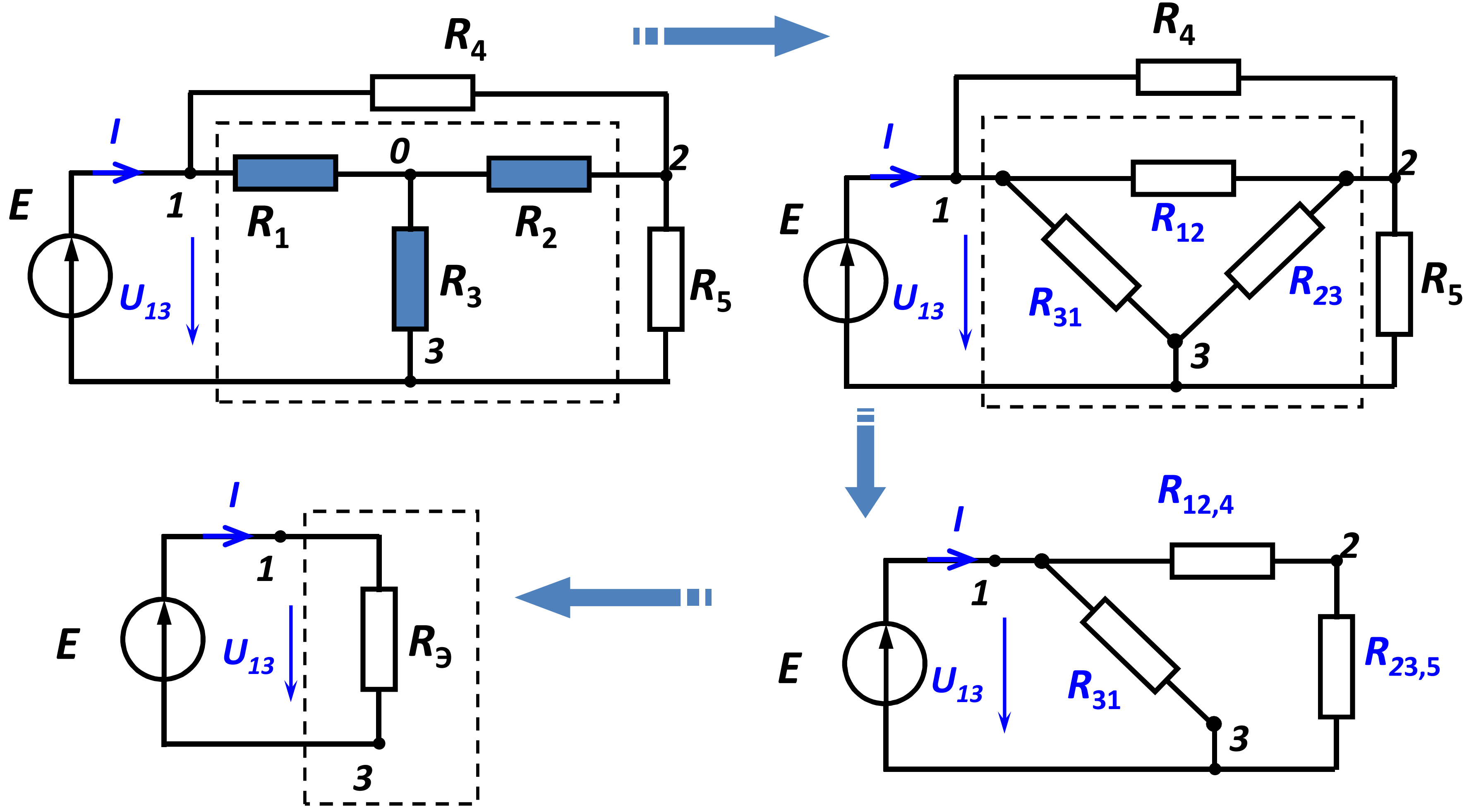
Звезды в треугольник

$$R_{12} = R_1 + R_2 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_3}$$

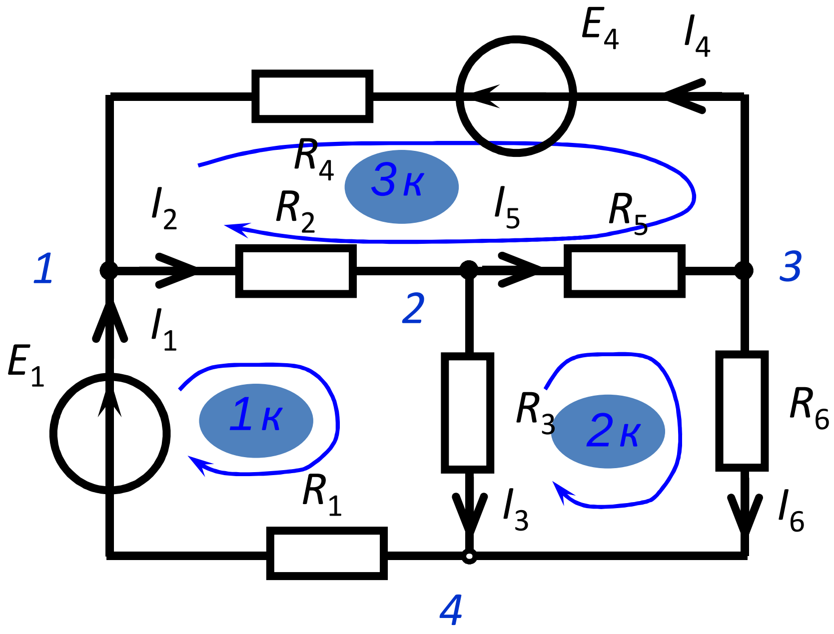
$$R_{23} = R_2 + R_3 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1}$$

$$R_{31} = R_3 + R_1 + \frac{R_3 \cdot R_1}{R_2}$$

Использование мостового преобразования



2.1 Метод законов Кирхгофа



- Число ветвей «в»: в = 6
- Число узлов «у»: у = 4
- Число контуров «к»: к = 3

$$I_1 - I_2 + I_4 = 0$$
$$I_2 - I_3 - I_5 = 0$$
$$-I_4 + I_5 - I_6 = 0$$
$$R_1 I_1 + R_2 I_2 + R_3 I_3 = E_1$$
$$-R_3 I_3 + R_5 I_5 + R_6 I_6 = 0$$
$$-R_2 I_2 - R_4 I_4 - R_5 I_5 = -E_4$$

Система из «*в*» уравнений (*в* = 6)

Решая систему уравнений, определяем токи во всех ветвях схемы.
Если в результате решения какие-то токи получились отрицательными, значит, реальные токи имеют противоположное направление по сравнению с произвольно выбранными.
Недостаток метода в том, что приходится решать довольно громоздкую систему уравнений, что отнимает много времени

2.2 Метод контурных токов

Существенно уменьшает число совместно решаемых уравнений по сравнению с методом законов Кирхгофа.

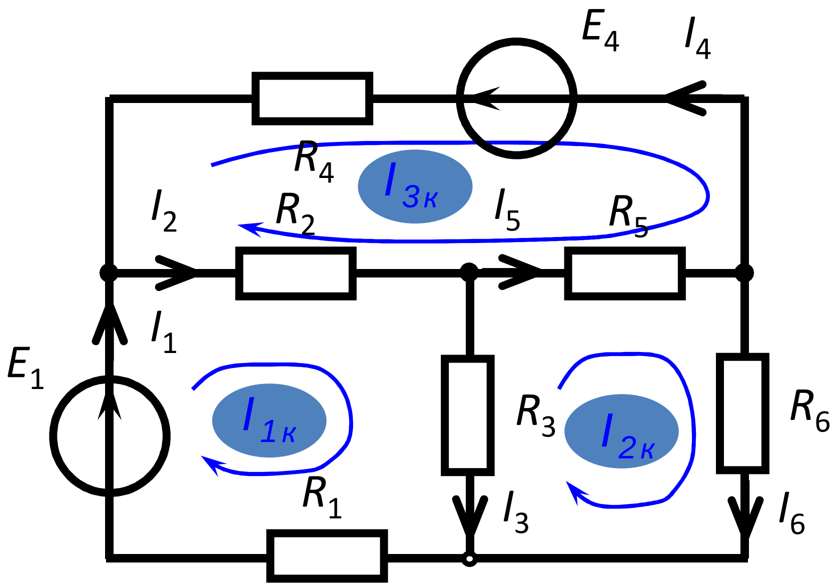
- Принимается, что в каждом контуре схемы течет свой контурный ток.
- **Контурный ток** – это условный, расчетный (нереальный) ток.
- Обозначается двойным индексом, например, $I_{1К}, I_{2К}, I_{3К}$ или I_{11}, I_{22}, I_{33}.
- Число неизвестных равно числу независимых контуров, т.е. числу уравнений составляемых по 2ЗК (второму закону Кирхгофа).
- Задача разбивается на две части:

1) Рассчитываются контурные токи $I_{1К}, I_{2К}, I_{3К}$ или I_{11}, I_{22}, I_{33}
2) Находятся реальные токи

2.2 Метод контурных токов (пример расчета)

1. Выбираем независимые контуры (***1К, 2К,3К***);
2. Выбираем направления контурных токов $I_{1К}$, $I_{2К}$, $I_{3К}$ (по часовой стрелке);
3. Выбираем направления обхода контуров (по часовой стрелке);
4. Составляем для каждого контура уравнение по **2ЗК**.

Подставляем известные величины и находим контурные токи



$$I_{1К}(R_1+R_2+R_3)-I_{2К}R_3-I_{3К}R_2=E_1$$
$$I_{2К}\left(R_3+R_5+R_6\right)-I_{1К}R_3-I_{3К}R_5=0$$
$$I_{3К}\left(R_2+R_4+R_5\right)-I_{1К}R_2-I_{2К}R_5=-E_4$$

2. Находим реальные токи

$$I_1=I_{1K} \qquad I_4=-I_{3K}$$
$$I_2=I_{1K}-I_{3K} \qquad I_5=I_{2K}-I_{3K}$$
$$I_3=I_{1K}-I_{2K} \qquad I_6=I_{2K}$$

2.3 Метод узловых потенциалов

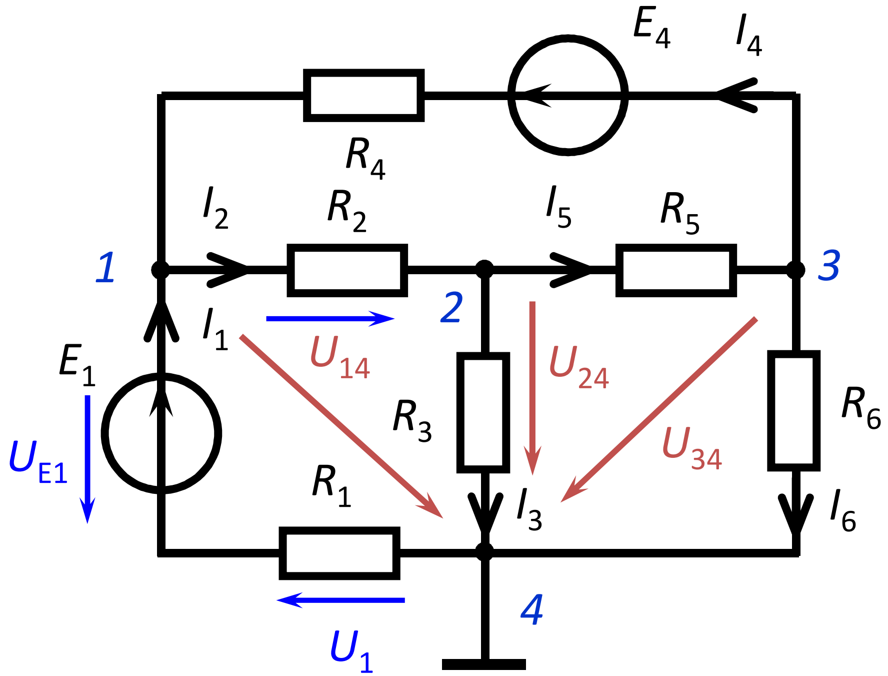
- Это метод расчета, в котором за неизвестные принимаются потенциалы узлов схемы.

- Применяется, когда число узлов без единицы меньше числа независимых контуров.

- Условимся использовать двойной индекс для токов, проводимостей, ЭДС и напряжений. Первый индекс соответствует номеру узла , от которого ток утекает, второй – номеру узла, к которому ток подтекает.

2.3 Метод узловых потенциалов

Примем потенциал 4-го узла $\varphi_4 = 0$



$$\varphi_4 - \varphi_1 = U_1 - E_1 = R_1 I_1 - E_1$$

$$I_1 = \frac{\varphi_4 - \varphi_1 + E_1}{R_1}$$

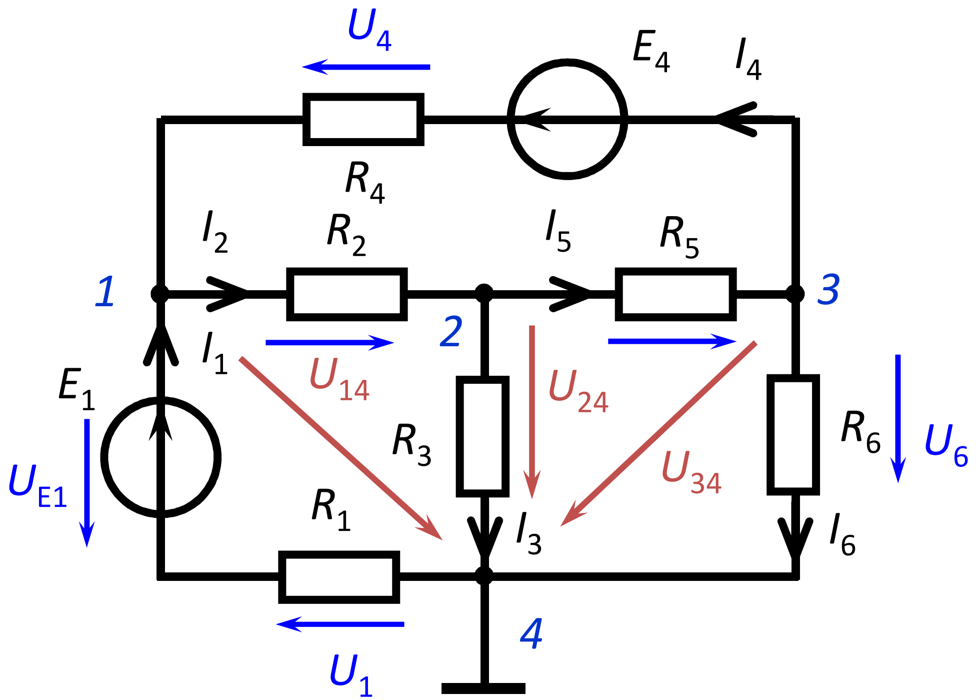
$$I_1 = \frac{-U_{14} + E_1}{R_1}$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = U_2 = R_2 I_2$$

$$I_2 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R_2}$$

$$I_2 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R_2} = \frac{\varphi_1 - \varphi_4 - \varphi_2 + \varphi_4}{R_2} = \frac{U_{14} - U_{24}}{R_2} \qquad I_2 = \frac{U_{14} - U_{24}}{R_2}$$

2.3 Метод узловых потенциалов



$$I_1 = \frac{-U_{14} + E_1}{R_1}$$

$$I_2 = \frac{U_{14} - U_{24}}{R_2}$$

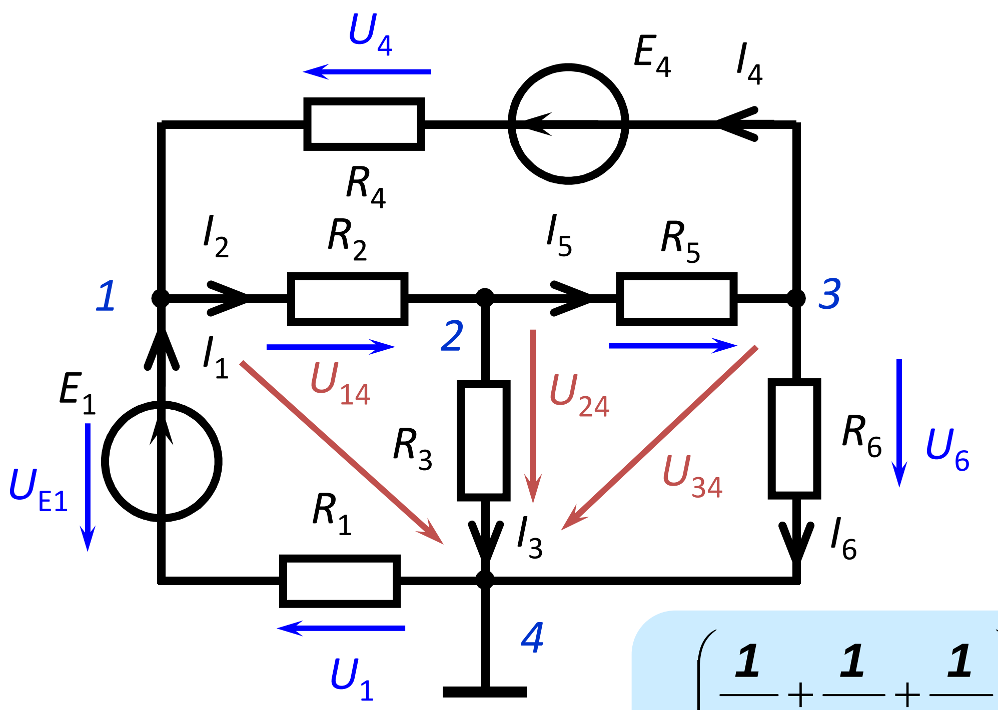
$$I_3 = \frac{U_{24}}{R_3}$$

$$I_4 = \frac{U_{34} - U_{14} + E_4}{R_4}$$

$$I_5 = \frac{U_{24} - U_{34}}{R_5}$$

$$I_6 = \frac{U_{34}}{R_6}$$

2.3 Метод узловых потенциалов



$$I_1 = \frac{-U_{14}+E_1}{R_1} \qquad I_2 = \frac{U_{14}-U_{24}}{R_2}$$

$$I_3 = \frac{U_{24}}{R_3} \qquad I_4 = \frac{U_{34}-U_{14}+E_4}{R_4}$$

$$I_5 = \frac{U_{24}-U_{34}}{R_5} \qquad I_6 = \frac{U_{34}}{R_6}$$

$$I_1 - I_2 + I_4 = 0$$

$$I_2 - I_3 - I_5 = 0$$

$$-I_4 + I_5 - I_6 = 0$$

$$\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_4}\right)U_{14} - \frac{1}{R_2}U_{24} - \frac{1}{R_4}U_{34} = \frac{E_1}{R_1}+\frac{E_4}{R_4}$$

$$-\frac{1}{R_2}U_{14} + \left(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_5}\right)U_{24} - \frac{1}{R_5}U_{34} = 0$$

$$-\frac{1}{R_4}U_{14} - \frac{1}{R_5}U_{24} + \left(\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_5}+\frac{1}{R_6}\right)U_{34} = -\frac{E_4}{R_4}$$