Учебное издание

ОСНОВЫ РАБОТОСПОСОБНОСТИ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Учебное пособие для вузов

УДК 631. 3-192
ББК 34.41
О-75

Авторский коллектив:
А. Т. Лебедев, А. В. Захарин, П.А. Лебедев, Н.А. Марьин,
Павлюк Р.В.

Основы работоспособности технических систем : учебное
О-75 пособие для вузов / А. Т. Лебедев, А. В. Захарин, П.А. Лебедев, и др.
; Ставропольский государственный аграрный университет. -
Ставрополь : 2019. - 83 с.

В учебном пособии приведены основные определения и понятия надежности, изложена методика статистической обработки информации по износам деталей, справочные данные для определения теоретического закона распределения износов. Представлена методика определения полного ресурса соединения и допустимых без ремонта размеров сопрягаемых деталей в местах их наибольшего износа.

Для студентов направлений подготовки 35.03.06 - «Агроинженерия», 23.03.03 - «Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов» изучающих дисциплины «Надежность и ремонт машин», «Основы теории надежности» и «Основы работоспособности технических систем».

УДК 631. 3-192
ББК 34.41

ВВЕДЕНИЕ

Проблема надежности продолжает оставаться одной из основных в современной технике. Это объясняется тем, что постоянно усложняются решаемые задачи и одновременно повышаются требования к надежности их выполнения. Инженеры, физики и математики приложили немало совместных усилий для разработки современной теории надежности.

Наилучшим методом ее изучения и закрепления теоретических знаний является решение практических задач. Между тем в отечественной литературе уже давно не издавались задачники по теории надежности — науке, имеющей большое практическое значение.

Авторы решили восполнить этот пробел и составили задачи по основным разделам дисциплины «Основы теории надежности».

Цель учебного пособия «Основы теория надежности в примерах и задачах» — помочь читателю изучить теорию надежности и приобрести навыки применения ее результатов к решению различных прикладных вопросов.

Учебное пособие содержит четыре главы. В каждой главе по три параграфа. В первом из них даются сведения из теории и расчетные формулы, во втором — типовые примеры с решениями, в третьем — задачи с ответами. Числовые ответы являются приближенными, хотя, как правило, получены при выполнении расчетов с использованием программы Mathcad 2001.

В книге помещены задачи различной трудности — от простых до достаточно сложных. Причем наряду с оригинальными задачами, предложенными авторами, включены задачи, взятые из сборника задач, указанного в списке литературы, ответы к которым уточнены с помощью современных математических программ. Простые задачи могут решаться студентами при первоначальном изучении теории надежности. К простым задачам относятся задачи первой и второй глав. Более сложные задачи приведены в третьей и четвертой главах. Решение этих задач будет способствовать углублению знаний теории и выработки практических навыков.

Учебное пособие, конечно, не охватывает всех разделов теории надежности. Так, в нем не содержатся задачи оценки надежности систем по результатам испытаний ее компонентов и контроля.

Глава 1. КОЛИЧЕСТВЕННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НАДЕЖНОСТИ

1.1. Показатели и количественные характеристики надежности

Показатель надежности — характеристика одного или нескольких свойств, составляющих надежность объекта.

К числу наиболее широко применяемых показателей надежности, которые регламентирует ГОСТ 27.002-89 (приложение 1), относятся:

- вероятность безотказной работы в течение определенного времени $P(t)$;
- средняя наработка до первого отказа $\bar{T}_{\text{о}}$;
- наработка на отказ $\bar{T}$;
- частота отказов $\alpha(t)$;
- интенсивность отказов $\lambda(t)$;
- параметр потока отказов $\omega(t)$;
- коэффициент готовности $K_{\text{г}}$.

Характеристикой надежности будем называть количественное значение показателя надежности конкретного изделия.

Выбор количественных характеристик надежности зависит от вида изделия.

Основные показатели надежности можно разбить на две группы:

- показатели, характеризующие надежность невосстанавливаемых изделий;
- показатели, характеризующие надежность восстанавливаемых изделий.

Невосстанавливаемыми называются такие изделия, для которых в рассматриваемой ситуации проведение восстановления работоспособного состояния не предусмотрено в нормативно-технической и (или) конструкторской документации. Если происходит отказ такого изделия, то выполняемая операция будет сорвана, и ее необходимо начинать вновь в том случае, если отказ можно устранить. К таким изделиям относятся изделия однократного действия, такие как ракеты, управляемые снаряды, искусственные спутники Земли, а также системы многократного действия, такие как системы управления воздушным и железнодорожным движением, системы управления химическими, металлургическими и другими ответственными производственными процессами.

Восстанавливаемыми называются такие изделия, для которых в рассматриваемой ситуации проведение восстановления работоспособного состояния предусмотрено в нормативно-технической и (или) конструкторской документации. Если произойдет отказ такого изделия, то он вызовет прекращение функционирования изделия только на период устранения отказа. К таким изделиям относятся: телевизор, агрегат питания, локомотив, автомобиль и т.п.

На рис. 1.1 показан временной график работы невосстанавливаемых и восстанавливаемых изделий.

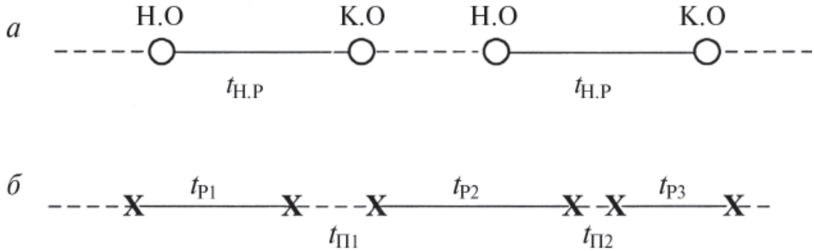


Рис. 1.1. Временной график работы невосстанавливаемых и восстанавливаемых изделий:

а — изделия невосстанавливаемые ($t_{Н.Р}$ — время непрерывной работы, Н.О — начало операции, К.О — конец операции); *б* — изделия восстанавливаемые ($t_{Р}$ — время исправной работы, $t_{П}$ — время вынужденного простоя)

Рассмотрим следующую модель испытаний. На испытании находится $N_{О}$ изделий, и испытания считаются законченными, если все они отказали. Причем отказавшие изделия отремонтированными или новыми не заменяются. Тогда показателями надежности данных изделий являются:

- вероятность безотказной работы $P(t)$;
- частота отказов $\alpha(t)$;

• интенсивность отказов $\lambda(t)$;

• средняя наработка до первого отказа $\bar{T}_{\text{о}}$;

Вероятность безотказной работы выражает вероятность того, что в пределах заданной наработки отказ изделия не возникнет.

Вероятность безотказной работы по статистическим данным об отказах оценивается согласно выражению

$$\tilde{P}(t) = \frac{N_{\text{о}} - n(t)}{N_{\text{о}}}, \qquad (1.1)$$

где $n(t)$ — количество изделий, отказавших к моменту времени t, при их исходном количестве $N_{\text{о}}$; $\tilde{P}(t)$ — статистическая оценка вероятности безотказной работы. При большом числе изделий $N_{\text{о}}$ статистическая оценка $\tilde{P}(t)$ практически совпадает с вероятностью безотказной работы $P(t)$. На практике иногда более удобной характеристикой является вероятность отказа $Q(t)$.

Вероятность отказа — вероятность того, что при определенных условиях эксплуатации в заданном интервале времени произойдет хотя бы один отказ. Отказ и безотказная работа являются событиями несовместимыми и противоположными, поэтому

$$\tilde{Q}(t) = \frac{n(t)}{N_{\text{о}}}, \quad Q(t) = 1 - P(t). \qquad (1.2)$$

Частотой отказов называется отношение числа отказавших изделий в единицу времени к первоначальному числу изделий при условии, что все вышедшие из строя изделия не восстанавливаются.

Частота отказов по статистическим данным об отказах оценивается согласно выражению

$$\tilde{\alpha}(t) = \frac{n(\Delta t)}{N_{\text{о}} \Delta t}, \qquad (1.3)$$

где $n(\Delta t)$ — число отказавших изделий в интервале времени от $t - \dfrac{\Delta t}{2}$ до $t + \dfrac{\Delta t}{2}$.

Частота отказов есть плотность вероятности (или закон распределения) времени работы изделия до первого отказа. Поэтому

$$\alpha(t) = -\frac{dP(t)}{dt} = \frac{dQ(t)}{dt}, \quad Q(t) = \int_0^t \alpha(t)dt,$$
$$P(t) = 1 - \int_0^t \alpha(t)dt = \int_t^\infty \alpha(t)dt. \tag{1.4}$$

Интенсивностью отказов называется отношение числа отказавших изделий в единицу времени к среднему числу изделий, исправно работающих в данный отрезок времени.

Согласно определению интенсивность отказов по статистическим данным об отказах определяется

$$\tilde{\lambda}(t) = \frac{n(\Delta t)}{N_{\text{ср}}\Delta t}, \tag{1.5}$$

где $N_{\text{ср}} = \frac{N_i + N_{i+1}}{2}$ — среднее число исправно работающих изделий в интервале Δt; N_i — число изделий, исправно работающих в начале интервала Δt; N_{i+1} — число изделий, исправно работающих в конце интервала Δt.

Интенсивность отказов есть условная плотность вероятности возникновения отказа невосстанавливаемого изделия, определяемая для рассматриваемого момента времени при условии, что до этого момента отказ не возник.

Вероятностная оценка этой характеристики находится из выражения

$$\lambda(t) = \frac{\alpha(t)}{P(t)}. \tag{1.6}$$

Интенсивность отказов и вероятность безотказной работы связаны между собой зависимостью

$$P(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t)dt}. \tag{1.7}$$

Средней наработкой до отказа $\bar{T}_{\text{О}}$ называется математическое ожидание наработки изделия до первого отказа.

Как математическое ожидание $\overline{T}_{\text{o}}$ вычисляется через частоту отказов (плотность распределения времени безотказной работы):

$$\overline{T}_{\text{o}} = M\left[t\right] = \int_{-\infty}^{\infty} t\alpha\left(t\right)dt. \qquad (1.8)$$

Так как t положительно и $P(0) = 1$, а $P(\infty) = 0$, то

$$\overline{T}_{\text{o}} = \int_{0}^{\infty} P(t)dt. \qquad (1.9)$$

По статистическим данным об отказах средняя наработка до первого отказа вычисляется по формуле

$$\tilde{\overline{T}}_{\text{o}} = \frac{\sum_{i=1}^{N_{\text{o}}} t_i}{N_{\text{o}}}, \qquad (1.10)$$

где t_i – время безотказной работы i-го изделия, N_{o} — число испытуемых изделий.

Как видно из формулы (1.10), для определения средней наработки до первого отказа необходимо знать моменты выхода из строя всех испытуемых изделий. Поэтому для вычисления $\tilde{\overline{T}}_{\text{o}}$ пользоваться указанной формулой неудобно. Имея данные о количестве вышедших из строя изделий n_i в каждом i-м интервале времени, среднюю наработку до первого отказа лучше определить из выражения

$$\tilde{\overline{T}}_{\text{o}} = \frac{\sum_{i=1}^{m} n_i t_{\text{ср}i}}{N_{\text{o}}}. \qquad (1.11)$$

В выражении (1.11) $t_{\text{ср}i}$ и m находятся по следующим формулам

$$t_{\text{ср}i} = \frac{t_{i-1} + t_i}{2}, \quad m = \frac{t_n}{\Delta t},$$

где t_{i-1} — время начала i-го интервала; t_i — время конца i-го интервала; t_n — время, в течение которого вышли из строя все изделия; $\Delta t = t_{i-1} - t_i$ — интервал времени.

При изучении надежности технических устройств часто применяются следующие законы распределения времени безотказной работы: экспоненциальный, нормальный, Рэлея, Гамма, Вейбулла.

В табл. 1.1 приведены выражения для оценки количественных характеристик надежности изделий при указанных законах распределения времени безотказной работы.

Таблица 1.1. **Основные соотношения количественных характеристик надежности при различных законах распределения времени безотказной работы**

Закон распределения	Частота отказов $\alpha(t)$	Вероятность безотказной работы $P(t)$	Интенсивность отказа $\lambda(t)$
Экспоненциальный	$\lambda e^{-\lambda t}$	$e^{-\lambda t}$	$\lambda = \mathrm{const}$
Рэлея	$\dfrac{t}{\sigma^2} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}}$	$e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}}$	$\dfrac{t}{\sigma^2}$
Вейбулла	$\lambda_0 k t^{k-1} e^{-\lambda_0 t^k}$	$e^{-\lambda_0 t^k}$	$\lambda_0 k t^{k-1}$
Нормальный	$\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(t-T)^2}{2\sigma^2}}$	$1-\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\int\limits_0^t e^{-\frac{(t-T)^2}{2\acute{\sigma}^2}}dt$	$\dfrac{1-\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\int\limits_0^t e^{-\frac{(t-T)^2}{2\sigma^2}}}{\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(t-T)^2}{2\sigma^2}}}$
Гамма	$\lambda_0 \dfrac{(\lambda_0 t)^{k-1}}{(k-1)!} e^{-\lambda_0 t}$	$e^{-\lambda_0 t}\sum\limits_{i=0}^{k-1}\dfrac{(\lambda_0 t)^i}{i!}$	$\dfrac{\lambda_0(\lambda_0 t)^{k-1}}{(k-1)!\sum\limits_{i=0}^{k-1}\dfrac{(\lambda_0 t)^i}{i!}}$

Из выражений для оценки количественных характеристик надежности видно, что все характеристики являются функциями времени. На рис. 1.2 приведены зависимости количественных характеристик надежности изделий от времени.

Рассмотренные показатели надежности позволяют достаточно полно оценить надежность невосстанавливаемых изделий. Они также позволяют оценить надежность восстанавливаемых изделий до первого отказа.

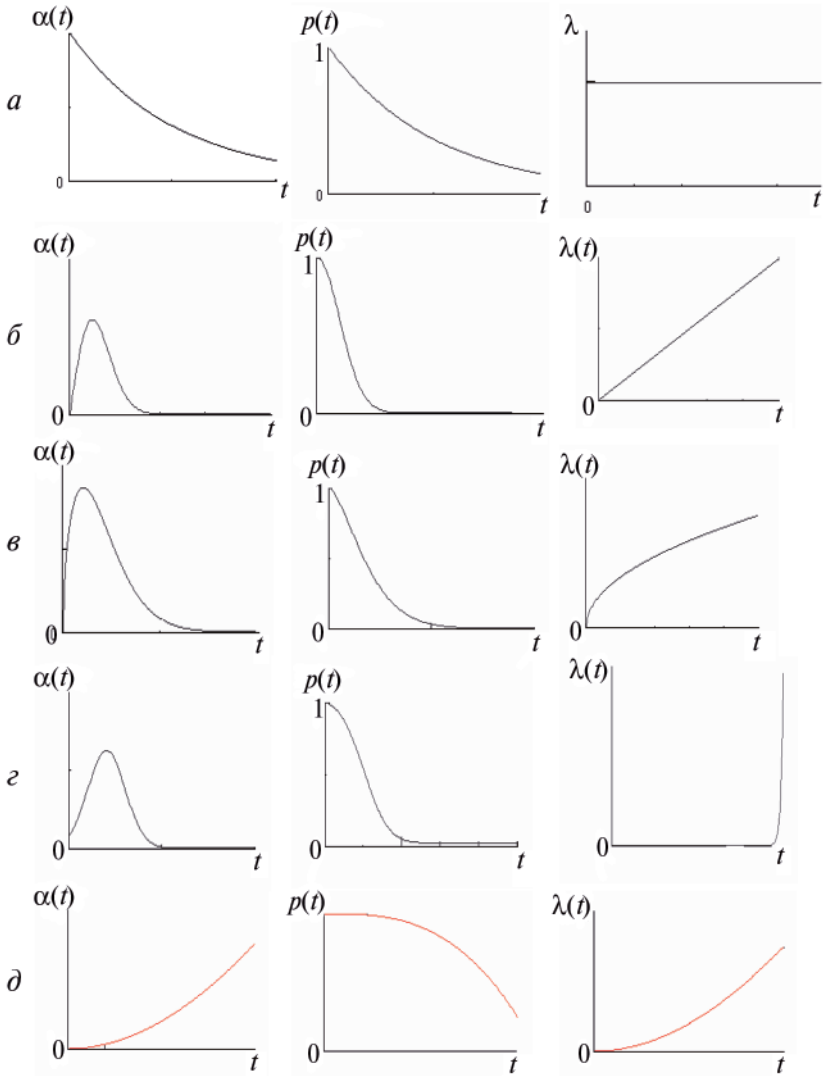


Рис. 1.2. Зависимость количественных характеристик от времени:
а — экспоненциальная модель; *б* — модель Рэлея; *в* — модель Вейбулла;
г — модель нормального распределения; *д* — модель гамма распределения

Наличие нескольких показателей вовсе не означает, что всегда нужно оценивать надежность изделия по всем показателям.

Наиболее полно надежность изделия характеризуется частотой отказов $\alpha(t)$. Это объясняется тем, что частота отказов является плотностью распределения, а поэтому несет в себе всю информацию о случайной величине — времени безотказной работы.

Средняя наработка до первого отказа является достаточно наглядной характеристикой надежности. Однако применение этого показателя для оценки надежности сложной системы ограничено в тех случаях, когда:

- время работы системы гораздо меньше среднего времени безотказной работы;
- закон распределения времени безотказной работы не однопараметрический;
- система резервированная;
- интенсивность отказов непостоянная;
- время работы отдельных частей сложной системы разное.

Интенсивность отказов — наиболее удобная характеристика надежности простейших элементов, так как она позволяет более просто вычислить количественные характеристики сложной системы.

Наиболее целесообразным показателем надежности сложной системы является вероятность безотказной работы. Это объясняется следующими особенностями вероятности безотказной работы:

- она входит в качестве сомножителя в другие более общие характеристики системы, например в эффективность и стоимость;
- характеризует изменение надежности во времени;
- может быть получена сравнительно просто расчетным путем в процессе проектирования системы и оценена в процессе ее испытания.

В табл. 1.2 показана взаимосвязь между показателями надежности.

Таблица 1.2. **Взаимосвязь между показателями надежности**

Известно	Требуется определить			
	$P(t)$	$Q(t)$	$f(t)$	$\lambda(t)$
$P(t)$	–	$1-P(t)$	$-\dfrac{dP(t)}{dt}$	$-\dfrac{1}{P(t)}\cdot\dfrac{dP(t)}{dt}$
$Q(t)$	$1-Q(t)$	–	$\dfrac{dQ(t)}{dt}$	$\dfrac{1}{1-Q(t)}\dfrac{dQ(t)}{dt}$
$f(t)$	$\int\limits_t^\infty f(t)dt$	$\int\limits_0^t f(t)dt$	–	$\dfrac{f(t)}{\int\limits_t^\infty f(t)dt}$
$\lambda(t)$	$e^{-\int\limits_0^t \lambda(t)dt}$	$1-e^{-\int\limits_0^t \lambda(t)dt}$	$\lambda(t)e^{-\int\limits_0^t \lambda(t)dt}$	–

ПОКАЗАТЕЛИ НАДЕЖНОСТИ ВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ ИЗДЕЛИЙ

Рассмотрим следующую модель испытаний. Пусть на испытание поставлено N изделий. Отказавшие изделия немедленно заменяются исправными (новыми или отремонтированными). Испытания считаются законченными, если число отказов достигает величины достаточной для оценки надежности с определенной доверительной вероятностью. Если не учитывать время, необходимое на восстановление системы, то количественными характеристиками надежности могут быть параметр потока отказов $\omega(t)$ и средняя наработка на отказ $\overline{T}$.

Параметр потока отказов есть отношение среднего числа отказов восстанавливаемого объекта за произвольно малую его наработку к значению этой наработки.

Согласно определению

$$\omega(t)=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{M|n(t+\Delta t)|-M|n(t)|}{\Delta t}=M'\,|\,n(t)\,|,$$

где $M\left|n(t+\Delta t)\right|$ и $M\left|n(t)\right|$ - математическое ожидание числа отказов за время $t+\Delta t,\ t$.

По статистическим данным *параметром потока отказов* называется отношение числа отказавших изделий в единицу времени к числу испытываемых изделий при условии, что все вышедшие из строя изделия заменяются исправными (новыми или отремонтированными).

Согласно определению

$$\tilde{\omega}(t) = \frac{n(\Delta t)}{N \cdot \Delta t}, \tag{1.12}$$

где $n(\Delta t)$ — число отказавших изделий в интервале времени от $t - \frac{\Delta t}{2}$ до $t + \frac{\Delta t}{2}$; N — число испытываемых изделий; Δt — интервал времени.

Средняя наработка на отказ есть отношение наработки восстанавливаемого изделия к математическому ожиданию числа его отказов в течение этой наработки.

Эта характеристика определяется по статистическим данным об отказах по формуле

$$\tilde{\tilde{T}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i}{n}, \tag{1.13}$$

где t_i — время исправной работы изделия между $(i - 1)$-м и i-м отказами; n — число отказов за некоторое время t.

Из формулы (1.13) видно, что в данном случае наработка на отказ определяется по данным испытания одного образца изделия. Если на испытании находится N образцов в течение времени t, то наработка на отказ вычисляется по формуле

$$\tilde{\tilde{T}} = \frac{\sum_{j=1}^{N} \sum_{i=1}^{nj} t_{ij}}{\sum_{j=1}^{N} n_j}, \tag{1.14}$$

где t_{ij} — время исправной работы j-го образца изделия между $(i - 1)$-м и i-м отказом; n_j — число отказов за время t j-го образца.

Наработка на отказ является достаточно наглядной характеристикой надежности, поэтому она получила широкое распространение на практике.

Параметр потока отказов и наработка на отказ характеризуют надежность ремонтируемого изделия, но не учитывают времени, необходимого на его восстановление. Поэтому они не характеризуют готовности изделия к выполнению своих функций в нужное время. Для этих целей вводятся такие показатели, как коэффициент готовности и коэффициент вынужденного простоя.

Коэффициент готовности есть вероятность того, что изделие окажется в работоспособном состоянии в произвольный момент времени, кроме планируемых периодов, в течение которых применение объекта по назначению не предусматривается.

Эта характеристика определяется по статистическим данным как отношение времени исправной работы к сумме времен исправной работы и вынужденных простоев изделия, взятых за один и тот же календарный срок. Эта характеристика обозначается $\tilde{K}_{Г}$.

Согласно данному определению

$$\tilde{K}_{\text{Г}} = \frac{t_{\text{Р}}}{t_{\text{Р}} + t_{\text{П}}}, \tag{1.15}$$

где $t_{\text{Р}}$ — суммарное время исправной работы объекта; $t_{\text{П}}$ — суммарное время вынужденного простоя.

Времена $t_{\text{Р}}$ и $t_{\text{П}}$ вычисляются по формулам

$$t_{\text{Р}} = \sum_{i=1}^{n} t_{\text{Р}i}, \quad t_{\text{П}} = \sum_{i=1}^{n} t_{\text{П}i}, \tag{1.16}$$

где $t_{\text{Р}i}$ — время работы изделия между $(i - 1)$-м и i-м отказом; $t_{\text{П}i}$ — время вынужденного простоя после i-го отказа; n — число отказов (ремонтов) изделия.

Для перехода к вероятностному показателю величины $t_{\text{Р}}$ и $t_{\text{П}}$ заменяются математическими ожиданиями времени между соседними отказами и времени восстановления соответственно.

Тогда

$$K_{\Gamma} = \frac{\overline{T}}{\overline{T} + \overline{T}_{\text{В}}}, \tag{1.17}$$

где $\overline{T}$ — среднее время наработки на отказ; $\overline{T}_{\text{В}}$ — среднее время восстановления.

Среднее время восстановления есть математическое ожидание времени восстановления работоспособного состояния объекта.

Как математическое ожидание $\overline{T}_{\text{В}}$ вычисляется через частоту восстановления (плотность распределения времени восстановления):

$$\overline{T}_{\text{В}} = \int_0^{\infty} t\alpha_{\text{В}}(t)dt, \tag{1.18}$$

где $\alpha_{\text{В}}$ — частота восстановления, равная $\alpha_{\text{В}}(t) = \frac{dS(t)}{dt}$, ($S(t)$ — вероятность восстановления).

По статистическим данным среднее время восстановления вычисляется по формуле:

$$\tilde{\overline{T}}_{\text{В}} = \frac{\sum_{i=1}^{n_i} t_i}{n_i}. \tag{1.19}$$

Коэффициентом вынужденного простоя называется отношение времени вынужденного простоя к сумме времен исправной работы и вынужденных простоев изделия, взятых за один и тот же календарный срок.

Согласно определению

$$\tilde{K}_{\text{П}} = \frac{t_{\text{П}}}{t_{\text{Р}} + t_{\text{П}}} \tag{1.20}$$

или переходя к средним величинам,

$$K_{\text{П}} = \frac{\overline{T}_{\text{В}}}{\overline{T} + \overline{T}_{\text{В}}}. \tag{1.21}$$

Коэффициент готовности и коэффициент вынужденного простоя связаны между собой зависимостью

$$K_{\text{П}} = 1 - K_{\text{Г}}. \tag{1.22}$$

При анализе надежности восстанавливаемых систем обычно коэффициент готовности вычисляют по формуле

$$K_{\text{Г}} = \frac{\bar{T}_{\text{О}}}{\bar{T}_{\text{О}} + \bar{T}_{\text{В}}}. \tag{1.23}$$

Формула (1.23) верна только в том случае, если поток отказов простейший, и тогда $\bar{T} = \bar{T}_{\text{О}}$.

1.2. Типовые примеры и их решения

Задачи, которые встречаются при определении количественных характеристик надежности, могут быть разделены на следующие группы:

1) определение количественных характеристик надежности по статистическим данным об отказах изделия;

2) определение количественных характеристик надежности изделия при известной математической модели надежности.

В настоящей главе при определении количественных характеристик надежности технических устройств по статистическим данным об их отказах не учитывается достоверность полученных результатов.

Кроме того, следует иметь в виду, что частота, интенсивность и параметр потока отказов, вычисленные по формулам (1.3), (1.5), (1.12) являются постоянными в диапазоне интервала Δt, а функции $\tilde{\alpha}(t)$, $\tilde{\lambda}(t)$, $\tilde{\omega}(t)$ — ступенчатыми кривыми или гистограммами. Для удобства изложения в дальнейшем при решении задач на определение частоты, интенсивности и параметра потока отказов по статистическим данным об отказах изделий ответы относятся к середине интервала Δt. При этом результаты вычислений графически представляются не в виде гистограмм, а в виде точек, отнесенных к середине интервалов Δt и соединенных плавной кривой.

Рассмотрим типовые примеры.

Пример 1.1. На испытание поставлено 1000 однотипных электронных ламп. За 3000 ч отказало 80 ламп. Требуется определить вероятность безотказной работы и вероятность отказа электронных ламп в течение 3000 ч.

Решение. По формулам (1.1) и (1.2) определяем

$$\tilde{P}(3000) = \frac{N_{\text{O}} - n(t)}{N_{\text{O}}} = \frac{1000 - 80}{1000} = 0,92;$$

$$\tilde{Q}(3000) = \frac{n(t)}{N_{\text{O}}} = \frac{80}{1000} = 0,08$$

или

$$Q(3000) = 1 - P(t) = 1 - 0,92 = 0,08.$$

Пример 1.2. На испытание поставлено 1000 однотипных ламп. За первые 3000 ч работы отказало 80 ламп, а за интервал 3000–4000 ч отказало еще 50 ламп. Определить частоту и интенсивность отказов электронных ламп в промежутке 3000–4000 ч работы.

Решение. По формуле (1.3) определим частоту отказов

$$\tilde{\alpha}(3500) = \frac{n(\Delta t)}{N_{\text{O}}\Delta t} = \frac{50}{1000 \cdot 1000} = 5 \cdot 10^{-5} \ \ (1/\text{ч}).$$

Определим среднее число исправно работающих изделий в интервале Δt.

$$N_{\text{ср}} = \frac{N_i + N_{i+1}}{2} = \frac{920 + 870}{2} = 895 \ (\text{шт.}).$$

По формуле (1.5) находим интенсивность отказов

$$\tilde{\lambda}(3500) = \frac{n(\Delta t)}{N_{\text{ср}}\Delta \text{t}} = \frac{50}{895 \cdot 1000} = 5,6 \cdot 10^{-5} \ \ (1/\text{ч}).$$

Пример 1.3. На испытании находилось 1000 образцов неремонтируемой аппаратуры. Число отказов $n(\Delta t)$ фиксировалось через каждые 100 ч работы (Δt = 100 ч). Данные об отказах приведены в табл. 1.2. Требуется вычислить количественные характеристики и построить зависимость характеристик от времени.

Таблица 1.2. **Данные об отказах к примеру 1.3**

Δt_i, ч	$n(\Delta t_i)$	Δt_i, ч	$n(\Delta t_i)$	Δt_i, ч	$n(\Delta t_i)$
0–100	50	1000–1100	15	2000–2100	12
100–200	40	1100–1200	14	2100–2200	13
200–300	32	1200–1300	14	2200–2300	12
300–400	25	1300–1400	13	2300–2400	13
400–500	20	1400–1500	14	2400–2500	14
500 -600	17	1500–1600	13	2500–2600	16
600–700	16	1600–1700	13	2600–2700	20
700–800	16	1700–1800	13	2700–2800	25
800–900	15	1800–1900	14	2800–2900	30
900–1000	14	1900–2000	12	2900–3000	40

Решение. Аппаратура относится к классу невосстанавливаемых изделий. Поэтому показателями надежности будут $\tilde{P}(t)$, $\tilde{\alpha}(t)$, $\tilde{\lambda}(t)$, $\tilde{\bar{T}}_{\text{O}}$.

Вычислим $\tilde{P}(t)$. На основании формулы (1.1) имеем

$$\tilde{P}(100) = \frac{N_{\text{O}} - n(100)}{N_{\text{O}}} = \frac{1000 - 50}{1000} = 0{,}95,$$

$$\tilde{P}(200) = \frac{N_{\text{O}} - n(200)}{N_{\text{O}}} = \frac{1000 - 90}{1000} = 0{,}91,$$

. . . .

$$\tilde{P}(3000) = \frac{N_{\text{O}} - n(3000)}{N_{\text{O}}} = \frac{1000 - 575}{1000} = 0{,}425.$$

Для расчета характеристик $\tilde{\alpha}(t)$ и $\tilde{\lambda}(t)$ применим формулы (1.3) и (1.5), тогда

$$\tilde{\alpha}(50) = \frac{n(\Delta t)}{N_{\text{O}}\Delta t} = \frac{50}{1000 \cdot 100} = 5 \cdot 10^{-4}\ (1/\text{ч}),$$

$$\tilde{\alpha}(50) = \frac{n(\Delta t)}{N_{\text{O}}\Delta t} = \frac{50}{1000 \cdot 100} = 5 \cdot 10^{-4}\ (1/\text{ч}),$$

$$\tilde{\alpha}(150) = \frac{n(\Delta t)}{N_{\text{O}}\Delta t} = \frac{40}{1000 \cdot 100} = 4 \cdot 10^{-4}\ (1/\text{ч}),$$

. . . .

$$\tilde{\alpha}(2950) = \frac{n(\Delta t)}{N_{\text{O}}\Delta t} = \frac{40}{1000 \cdot 100} = 4 \cdot 10^{-4}\ (1/\text{ч}),$$

$$\tilde{\lambda}(50) = \frac{n(\Delta t)}{N_{\text{ср}}\Delta t} = \frac{50}{100 \cdot \left(\dfrac{1000 + 950}{2}\right)} = 5{,}13 \cdot 10^{-4} (1/\text{ч}),$$

$$\tilde{\lambda}(150) = \frac{n(\Delta t)}{N_{\text{ср}}\Delta t} = \frac{40}{100 \cdot \left(\dfrac{950 + 910}{2}\right)} = 4{,}3 \cdot 10^{-4} (1/\text{ч}),$$

. . . .

$$\tilde{\lambda}(2950) = \frac{n(\Delta t)}{N_{\text{ср}}\Delta t} = \frac{40}{100 \cdot \left(\dfrac{465 + 425}{2}\right)} = 9 \cdot 10^{-4} (1/\text{ч}).$$

Значения $\tilde{P}(t)$, $\tilde{\alpha}(t)$, $\tilde{\lambda}(t)$, вычисленные для всех Δt_i, приведены в табл. 1.3, а их зависимости от времени на рис. 1.3 и 1.4.

Вычислим среднее время безотказной работы, предположив, что на испытании находились только те образцы, которые отказали.

Расчет проведем, используя формулу (1.11), учитывая, что $m = \dfrac{t_n}{\Delta t} = \dfrac{3000}{100} = 30$ и $N_{\text{O}} = 575$, имеем

$$\tilde{\tilde{T}}_{\text{O}} = \frac{\sum_{i=1}^{m} n_i t_{\text{ср}i}}{N_{\text{O}}} = \frac{50 \cdot 50 + 40 \cdot 150 + 32 \cdot 250 + \ldots + 30 \cdot 2850 + 40 \cdot 2950}{575} = 1400\ (\text{ч}).$$

Полученное значение средней наработки до первого отказа является заниженным, так как опыт был прекращен после отказа 575 образцов из 1000, поставленных на испытание.

Т а б л и ц а 1.3. **Вычисленные значения $\tilde{P}(t)$, $\tilde{\alpha}(t)$, $\tilde{\lambda}(t)$ к примеру 1.3**

Δt_i, ч	$\tilde{P}(t)$	$\tilde{\alpha}(t)\cdot 10^{-4}$, (1/ч)	$\tilde{\lambda}(t)\cdot 10^{-4}$, (1/ч)
0–100	0,950	5	5,14
100–200	0,910	4	4,3
200–300	0,878	3,2	3,58
300–400	0,853	2,5	2,89
400–500	0,833	2	2,38
500 -600	0,816	1,7	2,06
600–700	0,800	1,6	1,98
700–800	0,784	1,6	2,02
800–900	0,769	1,5	1,93
900–1000	0,755	1,4	1,84
1000–1100	0,740	1,5	2
1100–1200	0,726	1,4	1,91
1200–1300	0,712	1,4	1,95
1300–1400	0,699	!.3	1,84
1400–1500	0,685	1,4	2,02
1500–1600	0,672	1,3	1,92
1600–1700	0,659	1,3	1,95
1700–1800	0,646	1,3	2
1800–1900	0,632	1,4	2,2
1900–2000	0,620	1,2	1,92
2000–2100	0,608	1,2	1,95
2100–2200	0,595	1,3	2,17
2200–2300	0,583	1,2	2,04
2300–2400	0,570	1,3	2,25
2400–2500	0,556	1,4	2,48
2500–2600	0,540	1,6	2,9
2600–2700	0,520	2	3,76
2700–2800	0,495	2,5	4,9
2800–2900	0,465	3	6,24
2900–3000	0,425	4	9

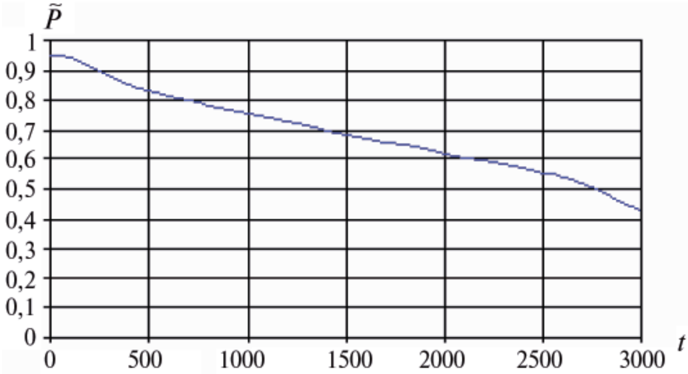


Рис. 1.3. Зависимость $\tilde{P}$ от t к примеру 1.3

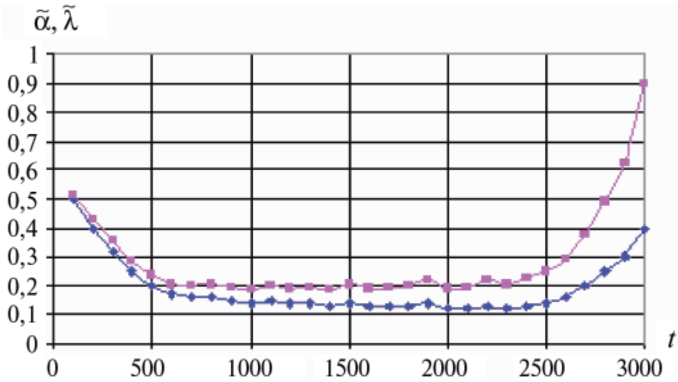


Рис. 1.4. Зависимость $\tilde{\alpha}$ и $\tilde{\lambda}$ от t к примеру 1.3

Пример 1.4. В течение некоторого периода времени производилось наблюдение за работой одного экземпляра радиолокационной станции. За весь период наблюдения было зафиксировано 15 отказов. До начала наблюдения станция проработала 258 часов, а к концу наблюдения наработка станции составила 1233 часа. Требуется определить среднюю наработку на отказ $\tilde{\tilde{T}}$.

Решение. Наработка радиолокационной станции за наблюдаемый период равна

$$t = t_2 - t_1 = 1233 - 258 = 975 \text{ ч.}$$

Принимая $\sum_{i=1}^{n} t_i = 975$ ч, по формуле (1.13) находим среднюю наработку на отказ:

$$\tilde{\tilde{T}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i}{n} = \frac{975}{15} = 65 \text{ (ч)}.$$

Пример 1.5. Производилось наблюдение за работой трех экземпляров однотипной аппаратуры. За период наблюдения было зафиксировано по первому экземпляру 6 отказов, по второму и третьему — 11 и 8 отказов соответственно. Наработка первого экземпляра составила 181 ч, второго — 329 ч и третьего 245 ч. Требуется определить наработку аппаратуры на отказ $\tilde{\tilde{T}}$.

Решение. Определим суммарную наработку трех образцов аппаратуры:

$$t_{\Sigma} = \sum_{j=1}^{N} \sum_{i=1}^{nj} t_{ij} = 181 + 329 + 245 = 755 \text{ (ч)}.$$

Определим суммарное количество отказов:

$$n_{\Sigma} = \sum_{j=1}^{N} n_j = 6 + 11 + 8 = 25 \text{ (отказов)}.$$

Находим среднюю наработку на отказ по формуле (1.14)

$$\tilde{\tilde{T}} = \frac{\sum_{j=1}^{N} \sum_{i=1}^{nj} t_{ij}}{\sum_{j=1}^{N} n_j} = \frac{t_{\Sigma}}{n_{\Sigma}} = \frac{755}{25} = 30{,}2 \text{ (ч)}.$$

Пример 1.6. Система состоит из 5 приборов, причем отказ любого одного из них ведет к отказу системы. Известно, что первый прибор отказал 34 раза в течение 952 ч работы, второй — 24 раза в течение 960 ч работы, а остальные приборы в течение 210 часов работы отказали 4, 6 и 5 раз соответственно. Требуется определить наработку до отказа системы в целом, если справедлив экспоненциальный закон надежности для каждого из пяти приборов.

Решение. Для решения данной задачи воспользуемся следующими соотношениями:

$$\lambda_c = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \quad \overline{T}_{\text{О}} = \frac{1}{\lambda_c}.$$

Определим интенсивность отказов для каждого прибора:

$$\tilde{\lambda}_1 = \frac{34}{952} = 0{,}0357 \text{ (1/ч)}, \quad \tilde{\lambda}_2 = \frac{24}{960} = 0{,}025 \text{ (1/ч)},$$

$$\tilde{\lambda}_{3,4,5} = \frac{4+6+5}{210} = 0{,}0714 \text{ (1/ч)}.$$

Интенсивность отказов системы равна

$$\lambda_c = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i = \tilde{\lambda}_1 + \tilde{\lambda}_2 + \tilde{\lambda}_{3,4,5} = 0{,}0357 + 0{,}025 + 0{,}0714 = 0{,}1321 \text{ (1/ч)}.$$

Средняя наработка до отказа системы

$$\overline{T}_{\text{О}} = \frac{1}{\lambda_c} = \frac{1}{0{,}1321} = 7{,}57 \text{ (ч)}.$$

Пример 1.7. За наблюдаемый период эксплуатации в аппаратуре было зафиксировано 8 отказов. Время восстановления составило $t_1 = 12$ мин, $t_2 = 23$ мин, $t_3 = 15$ мин, $t_4 = 9$ мин, $t_5 = 17$ мин, $t_6 = 28$ мин, $t_7 = 25$ мин, $t_8 = 31$ мин. Определить среднее время восстановления аппаратуры $\tilde{\overline{T}}_{\text{В}}$.

Решение.

$$\tilde{\overline{T}}_{\text{В}} = \frac{\sum_{i=1}^{n_i} t_i}{n_i} = \frac{\sum_{i=1}^{8} t_i}{8} = \frac{600}{8} = 75 \text{ (мин)}.$$

Пример 1.8. Аппаратура имела среднюю наработку на отказ 65 ч и среднее время восстановления 1,25 ч. Требуется определить коэффициент готовности.

Решение. По формуле (1.17) имеем

$$K_{\text{Г}} = \frac{\overline{T}}{\overline{T} + \overline{T}_{\text{В}}} = \frac{65}{65 + 1{,}25} = 0{,}98.$$

Пример 1.9. Пусть время работы элемента до отказа подчинено экспоненциальному закону распределения с параметром $\lambda = 2{,}5 \cdot 10^{-5}$ 1/ч.

Требуется вычислить количественные характеристики надежности элемента $P(t)$, $\alpha(t)$, $\bar{T}_{\text{O}}$, если $t = 500$, 1000, 2000 ч.

Решение. Используем формулы для $P(t)$, $\alpha(t)$ и $\bar{T}_{\text{O}}$, приведенные в табл. 1.1.

Вычислим вероятность безотказной работы:

$$P(t) = e^{-\lambda \cdot t} = e^{-2,5 \cdot 10^{-5} \cdot t};$$

$$P(500) = e^{-2,5 \cdot 10^{-5} \cdot 500} = 0,9875;$$

$$P(1000) = e^{-2,5 \cdot 10^{-5} \cdot 1000} = 0,9753;$$

$$P(2000) = e^{-2,5 \cdot 10^{-5} \cdot 2000} = 0,9512.$$

Вычислим частоту отказа:

$$\alpha(t) = \lambda(t) \cdot P(t) = 2,5 \cdot 10^{-5} \cdot e^{-2,5 \cdot 10^{-5} \cdot t}.$$

$$\alpha(500) = 2,5 \cdot 10^{-5} \cdot e^{-2,5 \cdot 10^{-5} \cdot 500} = 2,5 \cdot 10^{-5} \cdot 0,9875 = 2,469 \cdot 10^{-5} \text{ (1/ч)};$$

$$\alpha(1000) = 2,5 \cdot 10^{-5} \cdot e^{-2,5 \cdot 10^{-5} \cdot 1000} = 2,5 \cdot 10^{-5} \cdot 0,9753 = 2,439 \cdot 10^{-5} \text{ (1/ч)};$$

$$\alpha(2000) = 2,5 \cdot 10^{-5} \cdot e^{-2,5 \cdot 10^{-5} \cdot 2000} = 2,5 \cdot 10^{-5} \cdot 0,9512 = 2,378 \cdot 10^{-5} \text{ (1/ч)}.$$

Вычислим среднюю наработку до первого отказа:

$$\bar{T}_{\text{O}} = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{2,5 \cdot 10^{-5}} = 40000 \text{ (ч)}.$$

Пример 1.10. При эксплуатации системы было зарегистрировано $n = 40$ отказов. Распределение отказов по группам элементов и время, затраченное на восстановление, приведены в табл. 1.4. Необходимо найти величину среднего времени восстановления системы.

Решение. Определяем среднее время восстановления аппаратуры по группам элементов.

Для полупроводниковых приборов:

$$\tilde{\bar{T}}_{\text{B}} = \frac{\sum_{i=1}^{n_i} t_i}{n_i} = \frac{\sum_{i=1}^{8} t_i}{8} = \frac{600}{8} = 75 \text{ (мин)}.$$

Аналогично:

- для резисторов и конденсаторов 76 мин;
- для реле, трансформаторов, дросселей 113 мин;

• для ЭВП 50 мин;

• для прочих элементов 120 мин.

Рассчитаем среднее время восстановления системы по формуле:

$$\tilde{\tilde{T}}_{\text{ВС}} = \sum_{i=1}^{m} t_{\text{в}i} \cdot m_i,$$

где $t_{\text{в}i}$ — среднее время восстановления элементов i-й группы; m_i — вес отказов по группам элементов.

$$\tilde{\tilde{T}}_{\text{ВС}} = 0,2 \cdot 75 + 0,25 \cdot 76 + 0,1 \cdot 113 + 0,35 \cdot 50 + 0,1 \cdot 120 = 74,8 \text{ мин.}$$

Таблица 1.4. **Количество зарегистрированных отказов по группам к примеру 1.10**

Группа элементов	Количество отказов по группе n_i	Вес отказов по группе $m_i = \frac{n_i}{n}$	Время восстановления t_i, мин
ППП	8	0,2	80 59 110 91 45 43 99 73
Резисторы и конденсаторы	10	0,25	61 73 91 58 44 112 82 54 91 94
Реле, трансформаторы, дроссели	4	0,1	102 98 124 128

Окончание табл. 1.4

ЭВП	14	0,35	60 64 56 36 65 44 42 33 32 23 86 75 61 23
Прочие элементы	4	0,1	125 133 115 107

1.3. Задачи

В настоящем разделе приведены задачи по расчету количественных показателей надежности, предлагаемые для самостоятельного решения. Эти задачи легко решить, используя типовые примеры, приведенные в предыдущем разделе.

1.1. На испытание поставлено 400 изделий. За время $t = 3000$ ч отказало 200 изделий, за интервал времени $\Delta t = 100$ ч отказало 100 изделий. Требуется определить вероятность безотказной работы за 3000 ч, 3100 ч, 3050 ч; частоту отказов и интенсивность отказов за 3050 ч.

Ответ: $P(3000) = 0,5$; $P(3100) = 0,25$; $P(3050) = 0,375$; $\tilde{\alpha}(3050) = 2,5 \cdot 10^{-3}$ 1/ч; $\tilde{\lambda}(3050) = 6,67 \cdot 10^{-3}$ 1/ч.

1.2. В течение 1000 ч из 10 гироскопов отказало 2. За интервал времени 1000 — 1100 ч отказал еще один гироскоп. Требуется найти частоту и интенсивность отказов гироскопов в промежутке времени 1000 — 1100 ч.

Ответ: $\tilde{\alpha}(1050) = 10^{-3}$ 1/ч, $\tilde{\lambda}(1050) = 1,3 \cdot 10^{-3}$ 1/ч.

1.3. Система состоит из трех приборов A, B и C. На испытание было поставлено 100 приборов каждого типа. За 100 ч работы приборы типа A отказали 10 шт., приборы типа B — 20 шт. и приборы C — 50 шт. Определить вероятность безотказной работы каждого прибора, частоту отказов и интенсивность отказов.

Ответ: $P_A(100) = 0{,}9$; $P_B(100) = 0{,}8$; $P_C(100) = 0{,}5$; $\tilde{\alpha}_A(50) = 10^{-3}$ 1/ч; $\tilde{\alpha}_B(50) = 2 \cdot 10^{-3}$ 1/ч; $\tilde{\alpha}_C(50) = 5 \cdot 10^{-3}$ 1/ч; $\tilde{\lambda}_A(50) = 1{,}05 \cdot 10^{-3}$ 1/ч; $\tilde{\lambda}_B(50) = 2{,}2 \cdot 10^{-3}$ 1/ч; $\tilde{\lambda}_C(50) = 6{,}67 \cdot 10^{-3}$ 1/ч.

1.4. Работающее на дистанции устройство содержит 1600 элементов (реле, резисторы, конденсаторы, трансформаторы и другие). Фиксировались отказы через каждые 100 часов работы. Данные об отказах приведены в табл. 1.5.

Таблица 1.5. **Исходные данные к задаче 1.4**

Δt_i, ч	$n(\Delta t_i)$	Δt_i, ч	$n(\Delta t_i)$
0–100	45	800–900	16
100–200	40	900–1000	16
200–300	35	1000–1100	15
300–400	32	1100–1200	14
400–500	28	1200–1300	15
500–600	25	1300–1400	13
600–700	20	1400–1500	14
700–800	17	1500–1600	13

Необходимо определить параметры надежности: вероятность безотказной работы, вероятность отказа, частоту отказов, интенсивность отказов, среднее время наработки до отказа. Построить график зависимости вероятности безотказной работы от времени.

Ответ: $\tilde{P}(t)$, $\tilde{\alpha}(t)$, $\tilde{\lambda}(t)$ см. табл. 1.6 и рис. 1.5, $\tilde{\tilde{T}}_{\text{О}} = 575{,}42$ ч.

Таблица 1.6. **Вычисленные значения** $\tilde{P}(t)$, $\tilde{\alpha}(t)$, $\tilde{\lambda}(t)$ **к задаче 1.4**

Δt_i, ч	$\tilde{P}(t)$	$\tilde{\alpha}(t)\cdot 10^{-4}$ 1/ч	$\tilde{\lambda}(t)\cdot 10^{-4}$ 1/ч
0–100	0,97	2,81	2,8
100–200	0,947	2,5	2,61
200–300	0,925	2,19	2,34
300–400	0,905	2	2,186
400–500	0,8875	1,75	1,95
500–600	0,872	1,56	1,776
600–700	0,859	1,25	1,444
700–800	0,849	1,06	1,244
800–900	0,839	1	1,185
900–1000	0,829	1	1,199
1000–1100	0,819	0,94	1,138
1100–1200	0,811	0,875	1,074
1200–1300	0,801	0,94	1,163
1300–1400	0,793	0,813	1,019
1400–1500	0,784	0,875	1,109
1500–1600	0,776	0,813	1,041

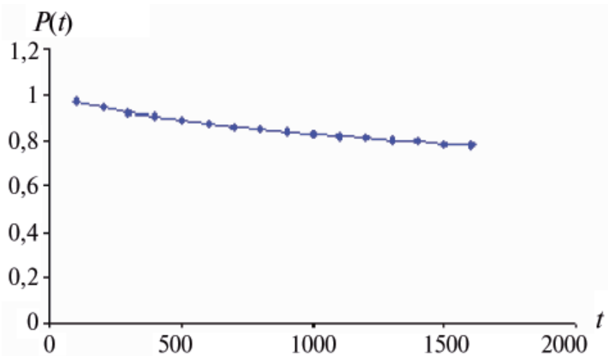


Рис. 1.5. Зависимость $\tilde{P}$ от t (к задаче 1.4)

1.5. Имеются статистические данные об отказах трех групп одинаковых изделий, приведенные в табл. 1.7. В каждой группе было по 100 изделий и их испытания проводились по

1 группе 550 ч, по 2 группе 400 ч, по 3 группе 200 ч. Необходимо вычислить количественные характеристики $\tilde{P}(t)$, $\tilde{\alpha}(t)$, $\tilde{\lambda}(t)$ и построить графики этих функций.

Таблица 1.7. **Исходные данные к задаче 1.5**

Δt_i, ч	1 группа $n(\Delta t_i)$	2 группа $n(\Delta t_i)$	3 группа $n(\Delta t_i)$	$\sum n(t_i)$
0–25	4	6	5	15
25–50	8	9	8	25
50–75	6	5	7	18
75–100	3	4	5	12
100–150	5	5	6	16
150–200	4	3	3	10
200–250	1	3	–	4
250–300	2	2	–	4
300–400	3	4	–	7
400–550	5	–	–	5

Ответ: $\tilde{P}(t)$, $\tilde{\alpha}(t)$, $\tilde{\lambda}(t)$ см. табл.1.8. и рис. 1.6 и 1.7.

Таблица 1.8. **Вычисленные значения** $\tilde{P}(t)$, $\tilde{\alpha}(t)$, $\tilde{\lambda}(t)$ **к задаче 1.5**

Δt_i, ч	$\tilde{P}(t)$	$\tilde{\alpha}(t)\cdot 10^{-3}$ 1/ч	$\tilde{\lambda}(t)\cdot 10^{-3}$ 1/ч
0–25	0,95	2	2,05
25–50	0,867	3,3	3,67
50–75	0,807	2,4	2,87
75–100	0,767	1,6	2,03
100–150	0,713	1,1	1,44
150–200	0,68	0,67	0,957
200–250	0,67	0,4	0,588
250–300	0,65	0,4	0,606
300–400	0,615	0,35	0,558
400–550	0,59	0,33	0,542

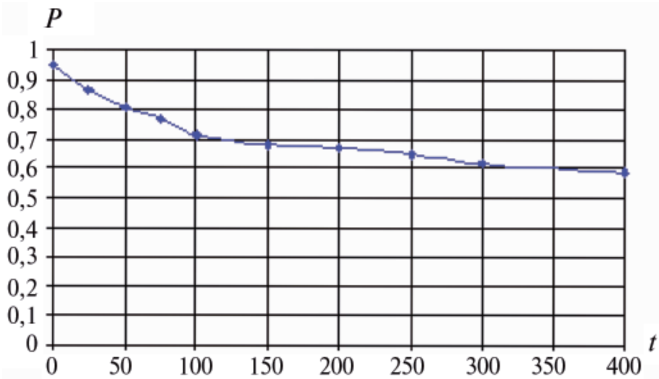


Рис. 1.6. Зависимость $\widetilde{P}$ от t (к задаче 1.5)

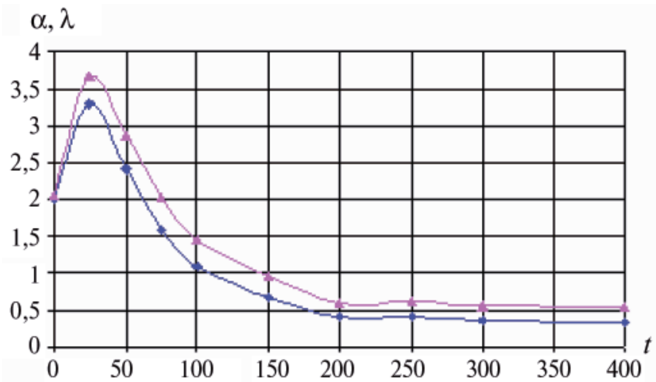


Рис. 1.7. Зависимость $\widetilde{\alpha}$ и $\widetilde{\lambda}$ от t (к задаче 1.5)

1.6–1.9. В течение времени Δt проводилось наблюдение за восстанавливаемым изделием, и было зафиксировано $n(\Delta t)$ отказов. До начала наблюдения изделие проработало t_1 ч, общее время наработки к концу наблюдения составило t_2 ч. Требуется найти наработку на отказ $\tilde{\bar{T}}$.

Исходные данные для решения задач и ответы приведены в табл. 1.9.

Т а б л и ц а 1.9. **Исходные данные и ответы к задачам 1.6–1.9**

Номер задачи	Исходные данные			Ответ $\tilde{\tilde{T}}$, ч
	t_1, ч	t_1, ч	$n(\Delta t)$	
1.6	350	1280	15	62
1.7	400	1600	3	400
1.8	1000	6400	9	600
1.9	770	4800	7	575

1.10–1.13. В течение некоторого времени проводилось наблюдение за работой $N_О$ экземпляров восстанавливаемых изделий. Каждый из образцов проработал t_i ч и имел n_i отказов. Требуется определить наработку на отказ $\tilde{\tilde{T}}$ по данным наблюдения за работой всех изделий.

Исходные данные для решения задач и ответы приведены в табл. 1.10.

Т а б л и ц а 1.10. **Исходные данные и ответы к задачам 1.10–1.13**

Номер задачи	Исходные данные										Ответ $\tilde{\tilde{T}}$, ч
	n_1	t_1, ч	n_2	t_2, ч	n_3	t_3, ч	n_4	t_4, ч	n_5	t_5, ч	
1.10	1	300	3	600	2	400	–	–	–	–	216
1.11	3	90	6	270	4	140	5	230	3	180	43
1.12	12	960	15	1112	8	808	7	1490	–	–	104
1.13	8	144	5	150	4	112	8	216	–	–	26

1.14–1.17. Электронная аппаратура состоит из k групп элементов. В процессе эксплуатации зафиксировано n отказов. Количество отказов в j-й группе равно n_j; среднее время восстановления элементов j-й группы равно t_i мин. Требуется вычислить среднее время восстановления аппаратуры $\tilde{\tilde{T}}_В$.

Исходные данные для решения задач и ответы приведены в табл. 1.11.

Таблица 1.11. **Исходные данные и ответы к задачам 1.14–1.17**

Номер задачи	Исходные данные												Ответ
	k	n	n_1	t_1	n_2	t_2	n_3	t_3	n_4	t_4	n_5	t_5	$\tilde{\overline{T}}_{\text{в}}$, ч
1.14	5	12	1	20	4	20	3	16	2	36	2	40	28,3
1.15	5	40	5	15	8	25	12	60	6	40	9	20	35,4
1.16	4	9	2	37	1	480	2	60	4	25	–	–	86
1.17	5	18	3	72	5	40	4	36	2	120	4	60	57,8

1.18–1.21. Изделие имеет среднюю наработку на отказ $\overline{T}$ и среднее время восстановления $\overline{T}_{\text{в}}$. Необходимо определить коэффициент готовности изделия.

Исходные данные для решения задач и ответы приведены в табл. 1.12.

Таблица 1.12. **Исходные данные и ответы к задачам 1.18–1.21**

Номер задачи	Исходные данные		Ответ $K_{\text{г}}$
	$\overline{T}$, ч	$\overline{T}_{\text{в}}$, ч	
1.18	230	12	0,95
1.19	556	23	0,96
1.20	556	2,5	0,995
1.21	430	8	0,98

1.22. Интенсивность отказов изделия $\lambda = 0{,}82 \cdot 10^{-3}$ 1/ч = const. Необходимо найти вероятность безотказной работы в течение 6 ч полета самолета $P(6)$, частоту отказов $\alpha(100)$ при $t = 100$ ч и среднюю наработку до первого отказа $\overline{T}_{\text{o}}$.

Ответ: $P(6) = 0{,}995$, $\alpha(100) = 0{,}75 \cdot 10^{-3}$ 1/ч, $\overline{T}_{\text{o}} = 1220$ ч.

1.23. Вероятность безотказной работы автоматической линии изготовления цилиндров автомобильного двигателя в течение 120 ч равна 0,9. Предполагается, что справедлив экспоненциальный закон надежности. Требуется рассчитать интенсивность отказов и частоту отказов линии для момента времени 120 ч.

Ответ: $\lambda = 0{,}83 \cdot 10^{-3}$ 1/ч, $\alpha(120) = 0{,}747 \cdot 10^{-3}$ 1/ч.

1.24. При эксплуатации системы автоматики было зафиксировано $n = 20$ отказов в течение 350 часов. При этом распределение отказов отдельных элементов системы и время, затраченное на их устранение (время восстановления), приведено в табл. 1.13. Необходимо определить среднее время восстановления и коэффициент готовности системы.

Таблица 1.13. **Исходные данные к задаче 1.24**

Элементы	Количество отказов, n_i	Вес отказов по группе, $m = {}^{n_i}\!/_{n}$	Время восстановления, t, мин	Суммарное время восстановления по группе, t_i, мин
Полупроводниковые приборы	5	0,25	80 20 22 18 23	163
Реле	2	0,1	10 12	22
Резисторы (конденсаторы)	10	0,5	–	230
Пайка	3	0,15	–	42

Ответ: $\tilde{\bar{T}}_{\text{В}} = 0{,}38$ ч, $K_{\text{Г}} = 0{,}9989$.

1.25. Определить количественные характеристики надежности $p(t)$, $\alpha(t)$, $\lambda(t)$ и $\bar{T}_{\text{О}}$ интегральных микросхем для времени их работы t = 500, 1000, 2000 ч при условии, что параметр распределения σ = 1000 ч, время работы ИМС до отказа подчиняется закону распределения Рэлея.

Ответ: Результаты расчетов приведены в табл. 1.14.

Таблица 1.14. **Результаты расчета к задаче 1.25**

t, ч	$p(t)$	$\alpha(t)\cdot 10^{-4}$, 1/ч	$\lambda(t)\cdot 10^{-3}$, 1/ч	$\bar{T}_{\text{О}}$, ч
500	0,88	4,14	5	0,0396
1000	0,606	6,06	1	0,0396
2000	0,135	2,7	2	0,0396

Глава 2. РАСЧЕТ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ НЕВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ НЕРЕЗЕРВИРОВАННЫХ СИСТЕМ

2.1. Методы расчета

Задача расчета надежности сложной системы состоит в том, чтобы определить ее показатели надежности, если известны показатели надежности отдельных элементов и структура системы, т.е. характер связей между элементами с точки зрения надежности.

Наиболее простую структуру имеет нерезервированная система, состоящая из *n* элементов, у которой отказ одного из элементов приводит к отказу всей системы (рис. 2.1). В этом случае система имеет логически последовательное соединение элементов.

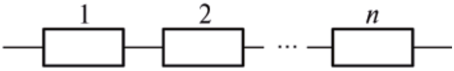


Рис. 2.1. Логически последовательное соединение элементов

При расчете надежности таких устройств предполагается, что отказ элемента является событием случайным и независимым.

Тогда вероятность безотказной работы изделия в течение времени *t* равна произведению вероятностей безотказной работы ее элементов в течение того же времени. Так как вероятность безотказной работы элементов в течение времени *t* можно выразить через интенсивность отказов в виде (1.7), то расчетные формулы для вероятности безотказной работы технического устройства при последовательном соединении элементов можно записать следующим образом:

$$P_{\mathrm{C}}(t) = p_1(t)\cdot p_2(t)\cdot\ldots\cdot p_n(t) = \prod_{i=1}^{n} p_i(t),$$

(2.1)

$$P_{\mathrm{C}}(t) = e^{-\int_0^{\infty}\lambda_1(t)dt}\cdot e^{-\int_0^{\infty}\lambda_2(t)dt}\cdot\ldots\cdot e^{-\int_0^{\infty}\lambda_n(t)dt} = e^{-\sum_{i=1}^{n}\int_0^{\infty}\lambda_i(t)dt}.$$

Выражения (2.1) наиболее общие. Они позволяют определить вероятность безотказной работы изделия до первого отказа при любом законе изменения интенсивности отказов во времени.

На практике наиболее часто интенсивность отказов изделий является величиной постоянной. При этом время возникновения отказов подчинено экспоненциальному закону распределения, так как для нормального периода работы аппаратуры справедливо условие $\lambda = \text{const}$.

В этом случае выражения для количественных характеристик примут вид:

$$P_{\text{С}}(t) = e^{-\lambda_c t} = e^{-\frac{t}{\bar{T}_{\text{О.С}}}}; \quad \lambda_c = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i; \quad \alpha_c(t) = \lambda_c e^{-\lambda_c t}; \quad \bar{T}_{\text{О.С}} = \frac{1}{\lambda_c}. \quad (2.2)$$

Если все элементы данного типа равнонадежны, интенсивность отказов будет

$$\lambda_c = \sum_{i=1}^{r} N_i \lambda_i, \quad (2.3)$$

где N_i — число элементов i-го типа; r — число типов элементов.

На практике очень часто приходится вычислять вероятность безотказной работы высоконадежных систем. При этом произведение $\lambda_c t$ значительно меньше единицы, а вероятность безотказной работы $P(t)$ близка к единице.

В этом случае количественные характеристики надежности можно с достаточной для практики точностью вычислить по следующим приближенным формулам:

$$P_{\text{С}}(t) = 1 - \lambda_c t = 1 - t\sum_{i=1}^{r} N_i \lambda_i; \quad \lambda_c = \sum_{i=1}^{r} N_i \lambda_i;$$

$$\bar{T}_{\text{О.С.}} = \frac{1}{\lambda_c} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{r} N_i \lambda_i}; \quad a_c(t) = \lambda_c (1 - \lambda_c t). \quad (2.4)$$

Вычисление количественных характеристик надежности по приближенным формулам не дает больших ошибок для систем, вероятность безотказной работы которых превышает 0,9, т.е. для $\lambda \leq 0{,}1$.

При расчете надежности систем часто приходится перемножать вероятности безотказной работы отдельных элементов расчета, и возводить их в степень, и извлекать корни. При значениях вероятностей $P(t)$, близких к единице, эти вычисления можно с достаточной для практики точностью выполнить по следующим приближенным формулам:

$$P_{\text{C}}(t) = \prod_{i=1}^{n} p_i(t) \approx 1 - \sum_{i=1}^{n} q_i(t),$$

$$P_{\text{C}}(t) = p_i^n(t) = 1 - nq_i(t), \tag{2.5}$$

$$\sqrt[n]{p_i(t)} = 1 - \frac{q_i(t)}{n},$$

где $q_i(t)$ — вероятность отказа i-го блока.

В зависимости от полноты учета факторов, влияющих на работу изделия, различают прикидочный, ориентировочный и окончательный расчет надежности.

ПРИКИДОЧНЫЙ РАСЧЕТ НАДЕЖНОСТИ

Прикидочный расчет основывается на следующих допущениях:

- все элементы изделия равнонадежны;
- интенсивность отказов всех изделий не зависит от времени, т.е. $\lambda = \text{const}$;
- отказ любого элемента приводит к отказу всего изделия.

Прикидочный расчет надежности выполняется в следующих случаях:

1) при проверке требований по надежности, выдвинутых заказчиком в техническом задании (ТЗ) на проектирование изделия;

2) при расчете нормативных данных по надежности отдельных блоков и устройств системы;

3) для определения минимально допустимого уровня надежности элементов проектируемого изделия;

4) при сравнительной оценке надежности отдельных вариантов изделия на этапе эскизного проектирования.

Прикидочный расчет надежности позволяет судить о принципиальной возможности обеспечения требуемой надежности изделия.

ОРИЕНТИРОВОЧНЫЙ РАСЧЕТ НАДЕЖНОСТИ

Ориентировочный расчет надежности учитывает влияние на надежность только количества и типов, входящих в систему элементов и основывается на следующих допущениях:

• все элементы данного типа равнонадежны, т.е. величины интенсивности отказов (λ_i) для этих элементов одинаковы;

• все элементы работают в номинальном (нормальном) режиме, предусмотренном техническими условиями;

• интенсивности отказов всех элементов не зависят от времени, т.е. в течение срока службы у элементов, входящих в изделие, отсутствует старение и износ, следовательно $\lambda_i(t) = \text{const}$;

• отказы элементов изделия являются событиями случайными и независимыми;

• все элементы изделия работают одновременно.

Для определения надежности изделия необходимо знать:

1) вид соединения элементов расчета надежности;

2) типы элементов, входящих в изделие и число элементов каждого типа;

3) величины интенсивностей отказов элементов λ_i, входящих в изделие. Выбор λ_i для каждого типа элементов производится по соответствующим таблицам, приведенных в справочниках по надежности.

Таким образом, при ориентировочном расчете показателей надежности необходимо знать структуру системы, номенклатуру применяемых элементов и их количество.

Ориентировочный метод расчета надежности используется на этапе эскизного проектирования после разработки принципиальных электрических схем изделий. Он позволяет наметить пути повышения надежности изделия и производится по формулам (2.2)...(2.4).

ОКОНЧАТЕЛЬНЫЙ (ПОЛНЫЙ) РАСЧЕТ НАДЕЖНОСТИ

Полный расчет показателей надежности изделия выполняется тогда, когда известны реальные режимы работы элементов после испытания в лабораторных условиях основных узлов и макетов изделия.

Элементы изделия находятся обычно в различных режимах работы, сильно отличающихся от номинальной величины. Это влияет на надежность как изделия в целом, так и отдельных его составляющих частей. Выполнение окончательного расчета параметров надежности возможно только при наличии данных о коэффициентах нагрузки отдельных элементов и при наличии графиков зависимости интенсивности отказов элементов от их электрической нагрузки, температуры окружающей среды и других факторов, т.е. для окончательного расчета необходимо знать зависимости

$$\lambda_c = f(K_{\text{н}} T^{\circ}, \ldots).$$

Эти зависимости приводятся в виде графиков либо их можно рассчитать с помощью, так называемых *поправочных коэффициентов интенсивности отказов* k_i, позволяющих учесть влияние различных факторов на надежность изделия.

Для определения надежности изделия необходимо знать:

1) число элементов с разбивкой их по типам и режимам работы;
2) зависимости интенсивности отказов элементов λ_i от электрического режима работы и заданных внешних условий;
3) структуру системы.

В общем случае λ_i зависит от следующих воздействующих факторов:

- электрического режима работы данного элемента;
- окружающей температуры;
- вибрационных воздействий;
- механических ударов;
- линейных ускорений;
- влажности;

• воздействия морской воды;

• воздействия биологических факторов (грибок, плесень, насекомые); давления;

• радиоактивное излучение и ряда других факторов.

Знание зависимости интенсивности отказов λ_i от воздействующих факторов является необходимым для правильного использования элементов с целью получения заданной вероятности безотказной работы за время t.

При разработке и изготовлении элементов обычно предусматриваются определенные, так называемые «нормальные» условия работы: температура +25±10°С, номинальный электрический режим, отсутствие механических перегрузок и т.д. Интенсивность отказов элементов в «нормальном» режиме эксплуатации называется номинальной интенсивностью отказов $\lambda_{\text{н}i}$.

Интенсивность отказов элементов при эксплуатации в реальных условиях λ_i равна номинальной интенсивности отказов $\lambda_{\text{н}i}$, умноженной на поправочные коэффициенты k_i, т.е.

$$\lambda_i = \lambda_{\text{н}i} \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot \ldots \cdot k_n = \lambda_{\text{н}i} \prod_{i=1}^{n} k_i,$$

где $\lambda_{\text{н}i}$ — интенсивность отказов элемента, работающего в нормальных условиях при номинальной электрической нагрузке; $k_1,\ k_2,\ldots,k_n$ — поправочные коэффициенты, зависящие от различных воздействующих факторов.

Полный расчет надежности применяется на этапе технического проектирования изделия.

2.2. Типовые примеры и их решения

Пример 2.1. Система состоит из 12600 элементов. Интенсивность отказа элемента $\lambda = 0{,}32 \cdot 10^{-6}$ 1/ч.

Необходимо определить вероятность безотказной работы систем в течение времени $t = 50$ ч.

Решение. Интенсивность отказов системы по формуле (2.3) равна:

$$\lambda_c = \lambda \cdot N = 0{,}32 \cdot 10^{-6} \cdot 12600 = 4{,}032 \cdot 10^{-3} \ \text{(1/ч)}.$$

Тогда на основании (2.2)

$$P_{\text{C}}(50) = e^{-\lambda_c t} = e^{-4,032\cdot 10^{-3}\cdot 50} = 0,82.$$

Пример 2.2. Используя данные примера 2.1, вычислить среднюю наработку до первого отказа системы.

Решение. Средняя наработка до первого отказа системы $\overline{T}_{\text{О.С}}$ вычисляется по формуле (2.2). Подставляя в формулу значение λ_c из примера 2.1, получим

$$\overline{T}_{\text{О.С}} = \frac{1}{\lambda_c} = \frac{1}{4,032\cdot 10^{-3}} = 250 \text{ (ч)}.$$

Пример 2.3. Система состоит из трех блоков, средняя наработка до первого отказа которых равна $\overline{T}_1$ = 160 ч, $\overline{T}_2$ = 320 ч, $\overline{T}_3$ = 600 ч. Для блоков справедлив экспоненциальный закон надежности. Требуется определить среднюю наработку до первого отказа системы.

Решение. Воспользуемся формулой (2.2) для средней наработки до первого отказа системы. В нашем случае интенсивность отказов системы равна

$$\lambda_c = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = \frac{1}{\overline{T}_1} + \frac{1}{\overline{T}_2} + \frac{1}{\overline{T}_3} = \frac{1}{160} + \frac{1}{320} + \frac{1}{600} = 0,011 \text{ (1/ч)}.$$

$$\overline{T}_{\text{О.С}} = \frac{1}{\lambda_c} = \frac{1}{0,011} = 91 \text{ (ч)}.$$

Пример 2.4. Система состоит из двух устройств. Вероятности безотказной работы каждого из них в течение времени t = 100 ч. равны: $p_1(100)$ = 0,95; $p_2(100)$ = 0,97. Справедлив экспоненциальный закон распределения надежности. Необходимо найти среднюю наработку до первого отказа системы.

Решение. Найдем вероятность безотказной работы системы по формуле (2.1)

$$P_{\text{C}}(t) = p_1(t)\cdot p_2(t).$$

Отсюда $P_{\text{C}}(100) = p_1(100)\cdot p_2(100) = 0,95\cdot 0,97 = 0,92.$

Найдем интенсивность отказов системы, воспользовавшись формулой $P_{\text{C}}(100) = 0,92 = e^{-\lambda_c t} = e^{-\lambda_c \cdot 100}$.

Из этого выражения найдем $\lambda_c \cdot 100$.

$$\lambda_c \cdot 100 = \ln 0{,}92 \approx 0{,}083 \text{ или } \lambda_c = 0{,}83 \cdot 10^{-3} \text{ (1/ч)}.$$

Среднее время наработки до первого отказа

$$\bar{T}_{\text{О.С.}} = \frac{1}{\lambda_c} = \frac{1}{0{,}83 \cdot 10^{-3}} = 1200 \text{ (ч)}.$$

Пример 2.5. Вероятность безотказной работы одного элемента в течение времени t равна $p(t) = 0{,}9997$. Требуется определить вероятность безотказной работы системы, состоящей из $N = 100$ таких элементов.

Решение. Вероятность безотказной работы системы равна $P_{\text{С}}(t) = p^N(t) = (0{,}9997)^{100}$. Вероятность $p(t)$ близка к единице, поэтому для вычисления вероятности безотказной работы системы воспользуемся формулой (2.5). В нашем случае $q(t) = 1 - p(t) = 1 - 0{,}9997 = 0{,}0003$. Тогда вероятность безотказной работы системы $P_{\text{С}}(t) = 1 - Nq(t) = 1 - 100 \cdot 0{,}0003 = 0{,}97$.

Пример 2.6. Вероятность безотказной работы системы в течение времени t равна $P_C(t) = 0{,}95$. Система состоит из $N = 120$ равнонадежных элементов. Необходимо найти вероятность безотказной работы элемента.

Решение. Вероятность безотказной работы элемента будет равна $p_i(t) = \sqrt[N]{P_{\text{С}}(t)}$. Так как вероятность безотказной работы системы близка к единице, то вычисления $p(t)$ удобно выполнить по формуле (2.5). Для нашего случая $Q_{\text{С}}(t) = 1 - P_{\text{С}}(t) = 1 - 0{,}95 = 0{,}05$.

Тогда

$$p(t) = \sqrt[N]{P_{\text{С}}(t)} = 1 - \frac{Q_{\text{С}}(t)}{N} = \frac{0{,}05}{120} = 0{,}9996.$$

Пример 2.7. Система состоит из пяти приборов, вероятность исправной работы которых в течение времени $t = 100$ ч равны: $p_1(100) = 0{,}9996$; $p_2(100) = 0{,}9998$; $p_3(100) = 0{,}9996$; $p_4(100) = 0{,}999$; $p_5(100) = 0{,}9998$. Требуется определить частоту отказов системы в момент времени $t = 100$ ч.

Предполагается, что отказы приборов независимы и для них справедлив экспоненциальный закон распределения надежности.

Решение. По условию задачи отказы приборов независимы, поэтому вероятность безотказной работы системы равна произведению вероятностей безотказной работы приборов. Тогда по формуле (2.5) для случая высоконадежных систем имеем

$$P_{\text{C}}(t) = 1 - \sum_{i=1}^{5} q_i(t).$$

Определим вероятность отказа каждого блока:

$$q_1(100) = 1 - p_1(100) = 1 - 0,9996 = 0,0004,$$
$$q_2(100) = 1 - p_2(100) = 1 - 0,9998 = 0,0002,$$
$$q_3(100) = 1 - p_3(100) = 1 - 0,9996 = 0,0004,$$
$$q_4(100) = 1 - p_4(100) = 1 - 0,999 = 0,001,$$
$$q_5(100) = 1 - p_5(100) = 1 - 0,9998 = 0,0002.$$

Тогда

$$P_{\text{C}}(100) = 1 - (0,0004 + 0,0002 + 0,0004 + 0,001 + 0,0002) = 0,9978.$$

Так как вероятность безотказной работы системы близка к единице, то в соответствии с формулой (2.4) для $P_{\text{C}}(t)$ интенсивность отказов системы можно вычислить из выражения

$$P_{\text{C}}(t) = 1 - \lambda_c t,$$

отсюда

$$\lambda_c = \frac{1 - P_{\text{C}}(t)}{t}.$$

Подставляя значения $P_{\text{C}}(100)$ и время $t = 100$ ч, получим

$$\lambda_c = \frac{1 - 0,9978}{100} = 2,2 \cdot 10^{-5} \ (1/\text{ч}).$$

Тогда частота отказов в соответствии с формулой (2.4) будет

$$a_c(t) \approx \lambda_c (1 - \lambda_c t) = 2,2 \cdot 10^{-5} (1 - 2,2 \cdot 10^{-5} \cdot 100) = 2,195 \cdot 10^{-5} \ (1/\text{ч}).$$

Пример 2.8. Все элементы электронного усилителя работают в нормальный период эксплуатации, т.е. λ = const. Усилитель должен непрерывно работать в течение 10 ч. Из схемы известно, что усилитель состоит из 2 ламп, 8 резисторов и 6 конденсаторов. Интенсивность отказов всех элементов указана в табл. 2.1. Требуется рассчитать вероятность безотказной работы системы $P_С(t)$ и среднюю наработку до первого отказа $\overline{T}_{О.С}$.

Решение. Для выполнения ориентировочного расчета надежности усилителя рассчитаем интенсивность отказов компонентов по группам, и рассчитанные значения занесем в табл. 2.1.

Таблица 2.1. **Таблица расчета интенсивности отказов к примеру 2.8**

Наименование и тип элемента	Обозначение по схеме	Количество элементов N_i	Интенсивность отказов $\lambda_c \cdot 10^{-5}$ 1/ч	Интенсивность отказов $N_i \cdot \lambda_c \cdot 10^{-5}$ 1/ч
Резистор	R_1, R_2	2	0,09	0,18
Резистор	R_3, R_4	2	0,12	0,24
Резистор	R_5, R_6	2	0,10	0,20
Резистор	R_7, R_8	2	0,10	0,20
Конденсатор	C_1, C_2	2	0,03	0,06
Конденсатор	C_3, C_4	2	0,13	0,26
Конденсатор	C_5, C_6	2	0,09	0,18
Лампы	$Л_1$, $Л_2$	2	9	18

Интенсивность отказов усилителя рассчитаем по формуле (2.3):

$$\lambda_c = (0,18+0,24+0,2+0,2+0,06+0,26+0,18+18)\cdot 10^{-5} = 19,32\cdot 10^{-5} \ (1/ч);$$

$$P_С(10) = e^{-\lambda_c t} = e^{-19,32\cdot 10^{-5}\cdot 10} = 0,9981;$$

$$\overline{T}_{О.С} = \frac{1}{\lambda_c} = \frac{1}{19,32\cdot 10^{-5}} = 5176 \ (ч).$$

Пример 2.9. Изделие состоит из $N = 3$ групп приборов. Отказы первой группы подчинены экспоненциальному закону надежности с интенсивностью отказов $\lambda = 0,2\cdot 10^{-3}$ 1/ч. Отказы приборов второй группы — закону Рэлея с параметром $\sigma = 1000$ ч и отказы приборов третьей группы — закону Вейбулла с параметрами

$\lambda_0 = 0{,}1\cdot10^{-4}$ 1/ч и $k = 1{,}5$. Требуется определить вероятность безотказной работы изделия в течение времени $t = 500$ часов.

Решение. Найдем вероятность безотказной работы каждой группы приборов за время $t = 500$ часов.

$$P_1(500) = e^{-\lambda t} = e^{-0,2\cdot10^{-3}\cdot500} = 0{,}905;$$

$$P_2(500) = e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} = e^{-\frac{(500)^2}{2\cdot(1000)^2}} = 0{,}883;$$

$$P_3(500) = e^{-\lambda_0 t^k} = e^{-0,1\cdot10^{-4}\cdot500^{1,5}} = 0{,}895.$$

$$P_С(500) = P_1(500)\cdot P_2(500)\cdot P_3(500) = 0{,}716.$$

2.3. Задачи

В настоящем разделе приведены задачи на расчет надежности невосстанавливаемых изделий при основном соединении элементов. Эти задачи легко решать, используя типовые примеры, рассмотренные в разделе 2.2.

2.1. Аппаратура состоит из 2000 элементов, интенсивность отказов которых $\lambda = 0{,}33\cdot10^{-5}$ 1/ч. Необходимо определить вероятность безотказной работы аппаратуры в течение времени $t = 200$ часов и среднюю наработку до первого отказа. Для элементов справедлив экспоненциальный закон надежности.

Ответ: $P_A(200) = 0{,}27$; $\overline{T}_{О.А} = 151{,}5$ ч.

2.2. Система управления состоит из 6000 элементов, интенсивность отказов которых $\lambda = 0{,}16\cdot10^{-6}$ 1/ч. Необходимо определить вероятность безотказной работы в течение времени $t = 50$ часов и среднюю наработку до первого отказа. Для элементов справедлив экспоненциальный закон надежности.

Ответ: $P_С(50) = 0{,}953$; $\overline{T}_{О.С} = 1040$ ч.

2.3. Невосстанавливаемая в процессе работы радиоаппаратура сантиметрового диапазона состоит из 1000 элементов. Требующееся время непрерывной работы $t = 200$ часов. Определить вероятность безотказной работы и среднюю наработку до первого отказа, если $\lambda = \text{const} = 0{,}1\cdot10^{-5}$ 1/ч.

Ответ: $P_А(200) = 0{,}82$; $\overline{T}_{О.А} = 1000$ ч.

2.4. Прибор состоит из $N = 5$ узлов. Надежность узлов характеризуется вероятностью безотказной работы в течение времени t, которая равна: $p_1(t) = 0{,}98$; $p_2(t) = 0{,}99$; $p_3(t) = 0{,}998$; $p_4(t) = 0{,}975$; $p_5(t) = 0{,}985$. Необходимо определить вероятность безотказной работы прибора.

Ответ: $P_{\text{пр}}(t) = 0{,}93$.

2.5. Изделие включает четыре устройства, надежность которых характеризуется вероятностью безотказной работы в течение времени t, равной: $p_1(t) = 0{,}94$; $p_2(t) = 0{,}95$; $p_3(t) = 0{,}97$; $p_4(t) = 0{,}945$. Необходимо определить вероятность безотказной работы изделия.

Ответ: $P_{\text{изд}}(t) = 0{,}819$.

2.6. Комплекс состоит из $N = 3$ систем. Надежность отдельных систем характеризуется вероятностью безотказной работы в течение времени t, которая равна: $p_1(t) = 0{,}78$; $p_2(t) = 0{,}93$; $p_3(t) = 0{,}82$. Необходимо определить вероятность безотказной работы комплекса.

Ответ: $P_{\text{К}}(t) = 0{,}595$.

2.7–2.9. Изделие состоит из N групп приборов. Отказы первой группы подчинены экспоненциальному закону надежности с интенсивностью отказов λ. Отказы приборов второй группы — закону Рэлея с параметром σ и отказы приборов третьей группы — закону Вейбулла с параметрами λ_0 и k. Требуется определить вероятность безотказной работы изделия в течение времени t.

Исходные данные для решения задач и ответы приведены в табл. 2.2.

Таблица 2.2. **Исходные данные и ответы к задачам 2.7–2.9**

Номер задачи	Исходные данные						Ответ $P(t)$
	N групп	$\lambda = 10^{-3}$, 1/ч	σ, ч	$\lambda_0 = 10^{-4}$, 1/ч	k	t, ч	
2.7	3	0,1	1200	0,03	1,5	1000	0,54
2.8	2	–	1000	1,6	1,3	500	0,53
2.9	2	0,09	–	1,3	1,3	120	0,93

2.10–2.12. Система состоит из N блоков, средняя наработка до первого отказа которых равна $\overline{T}_{\text{О}.i}$. Для блоков справедлив экспоненциальный закон надежности. Требуется определить среднюю наработку до первого отказа системы.

Исходные данные для решения задач и ответы приведены в табл. 2.3.

Таблица 2.3. **Исходные данные и ответы к задачам 2.10–2.12**

Номер задачи	Исходные данные						Ответ $\overline{T}_{\text{О.С}}$, ч
	N блоков	$\overline{T}_{\text{О}1}$, ч	$\overline{T}_{\text{О}2}$, ч	$\overline{T}_{\text{О}3}$, ч	$\overline{T}_{\text{О}4}$, ч	$\overline{T}_{\text{О}5}$, ч	
2.10	3	150	750	500	–	–	100
2.11	4	1600	1800	2000	2200	–	468
2.12	5	20	30	40	50	60	6,9

2.13–2.15. Система состоит из N блоков. Вероятность безотказной работы каждого блока в течение времени t равна $p_i(t)$. Для блоков справедлив экспоненциальный закон надежности. Требуется определить среднюю наработку до первого отказа системы.

Исходные данные для решения задач и ответы приведены в табл. 2.4.

Таблица 2.4. **Исходные данные и ответы к задачам 2.13–2.15**

Номер задачи	Исходные данные							Ответ $\overline{T}_{\text{О.С}}$, ч
	N блоков	t, ч	$p_1(t)$	$p_2(t)$	$p_3(t)$	$p_4(t)$	$p_5(t)$	
2.13	3	1000	0,97	0,98	0,96	–	–	10640
2.14	5	240	0,9	0,8	0,85	0,7	0,75	210
2.15	4	10	0,94	0,95	0,97	0,98	–	62,5

2.16–2.18. Система состоит из N элементов. Вероятность безотказной работы одного элемента в течение времени t равна $p(t)$. Требуется определить вероятность безотказной работы системы.

Исходные данные для решения задач и ответы приведены в табл. 2.5.

Таблица 2.5. **Исходные данные и ответы к задачам 2.16–2.18**

Номер задачи	Исходные данные		Ответ $P_С(t)$
	$p(t)$	N элементов	
2.16	0,9999	1000	0,9
2.17	0,9998	50	0,99
2.18	0,9996	100	0,96

2.19–2.21. Вероятность безотказной работы системы в течение времени t равна $P_С(t)$. Система состоит из N равнонадежных элементов. Необходимо найти вероятность безотказной работы элемента.

Исходные данные для решения задач и ответы приведены в табл. 2.6.

Таблица 2.6. **Исходные данные и ответы к задачам 2.16–2.18**

Номер задачи	Исходные данные		Ответ $p(t)$
	$P_С(t)$	N элементов	
2.19	0,97	200	0,99985
2.20	0,95	300	0,99983
2.21	0,98	1000	0,99998

2.22–2.24. В изделии могут быть использованы только те элементы, интенсивность отказов которых равна λ. Изделие имеет число элементов N. Требуется определить среднюю наработку до первого отказа и вероятность безотказной работы в конце первого часа.

Исходные данные для решения задач и ответы приведены в табл. 2.7.

Таблица 2.7. **Исходные данные и ответы к задачам 2.16–2.18**

Номер задачи	Исходные данные		Ответ	
	λ, 1/ч	N элементов	$P_С(t)$	$\overline{T}_{О.С}$, ч
2.22	$1\cdot10^{-5}$	500	0,995	200
2.23	$1\cdot10^{-5}$	2500	0,975	40
2.24	$1\cdot10^{-3}$	100	0,905	10

2.25. Система состоит из трех устройств. Вероятность безотказной работы каждого устройства в течение времени $t = 100$ ч равна: $P_1(100) = 0{,}95$; $P_2(100) = 0{,}96$; $P_3(100) = 0{,}97$. Справедлив экспоненциальный закон надежности. Определить среднюю наработку до первого отказа системы.

Ответ: $\overline{T}_{\text{О.С}} = 1223{,}2$ ч.

2.26. Система состоит из двух устройств. Вероятность безотказной работы каждого устройства в течение времени $t = 100$ ч равна $P_1(100) = 0{,}9$; $P_2(100) = 0{,}8$. Справедлив экспоненциальный закон надежности. Определить вероятность безотказной работы системы за 200 ч работы.

Ответ: $P_{\text{С}}(200) = 0{,}52$.

2.27. Комплекс состоит из трех систем. Известны вероятности безотказной работы каждой системы в течение 50 ч, которые равны: $P_1(50) = 0{,}7$; $P_2(50) = 0{,}8$; $P_3(50) = 0{,}9$. Справедлив экспоненциальный закон надежности. Определить вероятность безотказной работы комплекса в течение 100 ч и среднее время наработки до отказа.

Ответ: $P_{\text{С}}(100) = 0{,}247$, $\overline{T}_{\text{О.С}} = 72{,}97$ ч.

2.28. Система состоит из трех приборов A, B и C, причем отказ любого прибора ведет к отказу системы. На испытание было поставлено 100 приборов каждого типа. За 100 часов работы приборы типа A отказали 10 шт., приборы B — 20 шт. и приборы C — 50 шт. Определить наработку до отказа системы в целом, если для приборов каждого типа справедлив экспоненциальный закон надежности.

Ответ: $\overline{T}_{\text{О.С}} = 101$ ч.

2.29. Система состоит из 100 элементов с одинаковой интенсивностью отказов. Вероятность отказа системы в течение 50 ч $Q(50) = 0{,}2$. Справедлив экспоненциальный закон надежности. Определить наработку до первого отказа одного элемента системы.

Ответ: $\overline{T}_{\text{О}} = 22410$ ч.

2.30. Система состоит из двух блоков, средняя наработка до первого отказа которых равна $\overline{T}_{\text{О1}} = 200$ ч; $\overline{T}_{\text{О2}} = 40$ ч. Для блоков справедлив экспоненциальный закон надежности. Определить вероятность отказа системы за 10 часов работы.

Ответ: $Q(10) = 0{,}259$.

2.31. Система состоит из трех блоков, средняя наработка до первого отказа которых равна $\overline{T}_{\text{O}1} = 160$ ч; $\overline{T}_{\text{O}2} = 320$ ч; $\overline{T}_{\text{O}3} = 600$ ч. Для блоков справедлив экспоненциальный закон надежности. Требуется определить вероятность безотказной работы системы за 100 часов работы.

Ответ: $P_{\text{C}}(100) = 0{,}333$.

2.32. Система управления состоит из 6000 приборов с одинаковой интенсивностью отказов. Средняя наработка до отказа системы управления $\overline{T}_{\text{O.C}} = 600$ ч. Требуется рассчитать вероятность отказа одного прибора за 10 часов непрерывной работы. Справедлив экспоненциальный закон надежности.

Ответ: $q(10) = 0{,}3 \cdot 10^{-5}$.

2.33. Система состоит из n одинаковых элементов. Средняя наработка до первого отказа одного элемента $\overline{T}_{\text{O}} = 1000$ ч. Известно, что вероятность отказа системы в течение 100 ч $Q_{\text{C}}(100) = 0{,}4$. Справедлив экспоненциальный закон надежности. Требуется определить число элементов.

Ответ: $n = 5$.

2.34. Схема расчета надежности устройства приведена на рис. 2.2. Интенсивности отказов элементов имеют следующие значения: $\lambda_1 = 0{,}5 \cdot 10^{-3}$ ч$^{-1}$; $\lambda_2 = 0{,}3 \cdot 10^{-3}$ ч$^{-1}$; $\lambda_3 = 0{,}8 \cdot 10^{-3}$ ч$^{-1}$. Закон надежности считаем экспоненциальным. Найти среднюю наработку до первого отказа устройства.

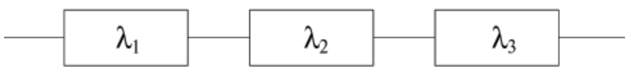


Рис. 2.2. Схема расчета надежности (к задаче 2.34)

Ответ: $\overline{T}_{\text{O.C}} = 625$ ч.

Глава 3. РАСЧЕТ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ НЕВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ РЕЗЕРВИРОВАННЫХ СИСТЕМ

3.1. Методы расчета

Резервирование–применение дополнительных средств и (или) возможностей с целью сохранения работоспособного состояния изделия при отказе одного или нескольких его элементов.

В этом случае отказ наступает только после отказа основных и всех резервных элементов. При этом возможно резервирование на уровне всей системы в целом (общее резервирование) или на уровне отдельных ее элементов (раздельное резервирование).

На практике применяются способы резервирования, приведенные на рис. 3.1. Схемные реализации различных способов резервирования показаны на рис. 3.2.

Общее резервирование — резервирование, при котором резервируемым элементом является все изделие в целом (рис. 3.2, *а*). *Раздельное резервирование — резервирование, при котором резервируемыми являются отдельные элементы изделия или их группы* (рис. 3.2, *б*).

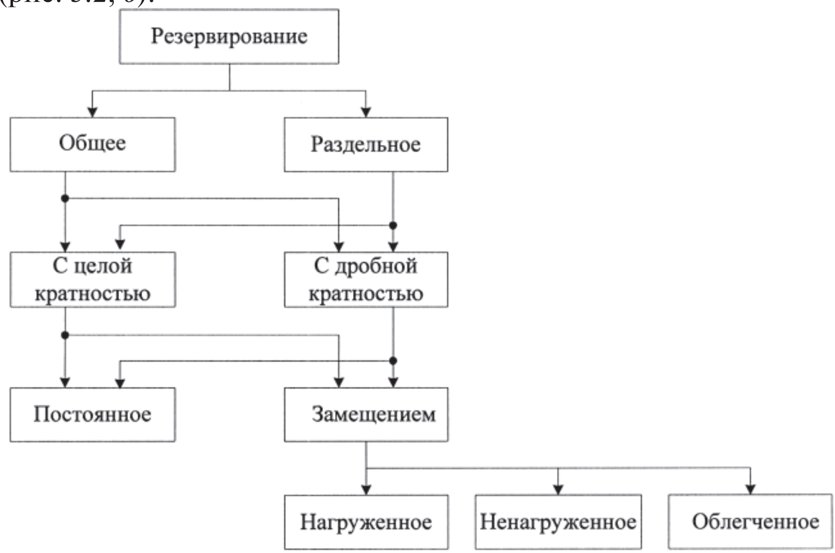
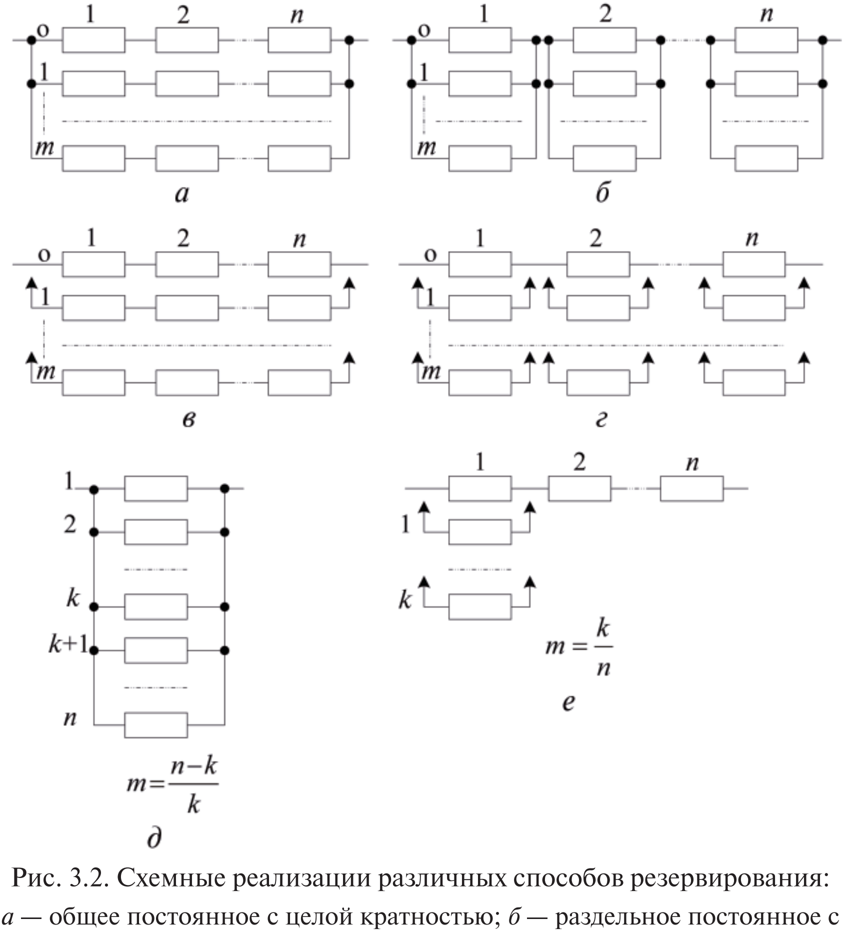


Рис. 3.1. Способы резервирования

Основным параметром резервирования является его кратность. *Кратность резерва — отношение числа резервных элементов изделия к числу резервируемых ими основных элементов изделия, выраженное несокращенной дробью.*

В зависимости от кратности резервирование подразделяется на резервирование с целой и дробной кратностью. Схемные обозначения обоих видов резервирования при постоянном



$$m=\frac{n-k}{k}$$

$$m=\frac{k}{n}$$

Рис. 3.2. Схемные реализации различных способов резервирования:

а — общее постоянное с целой кратностью; *б* — раздельное постоянное с целой кратностью; *в* — общее замещением с целой кратностью; *г* — раздельное замещением с целой кратностью; *д* — общее постоянное с дробной кратностью; *е* — раздельное замещением с дробной кратностью включении резерва одинаковы. Для их различия на схеме указывается кратность резервирования m.

При резервировании с целой кратностью величина m есть целое число, при резервировании с дробной кратностью — дробное несокращаемое число.

Например, $m = \frac{4}{2}$ означает наличие резервирования с дробной кратностью, при котором число резервных элементов равно четырем, число основных — двум, а общее число элементов — шести. Сокращать дробь нельзя, так как если $m = \frac{4}{2} = 2$, то это означает, что имеет место резервирование с целой кратностью, при котором число резервных элементов равно двум, а общее число элементов равно трем.

По способу включения резервирование разделяется на постоянное и резервирование замещением. *Постоянное резервирование — резервирование без перестройки структуры изделия при возникновении отказа его элемента. Резервирование замещением — резервирование, при котором функции основного элемента передаются резервному только после отказа основного элемента.*

При включении резерва по способу замещения резервные элементы до момента включения в работу могут находиться в трех состояниях:

- нагруженном;
- облегченном;
- ненагруженном.

Приведем основные расчетные формулы для указанных выше видов резервирования.

1. *Общее резервирование с постоянно включенным резервом и целой кратностью* (см. рис. 3.2, *а*):

$$P_{\mathrm{C}}(t) = 1 - \left[1 - \prod_{i=1}^{n} p_i(t)\right]^{m+1}, \tag{3.1}$$

где $p_i(t)$ — вероятность безотказной работы i-го элемента в течение времени t; n — число элементов основной системы или любой из резервных систем; m — кратность резервирования (число резервных цепей).

При экспоненциальном законе распределения надежности, когда $p_i(t)=e^{-\lambda_i \cdot t}$,

$$P_{\mathrm{C}}(t)=1-(1-e^{-\lambda_{\mathrm{o}} t})^{m+1}, \tag{3.2}$$

$$\bar{T}_{\mathrm{O.C}}=\frac{1}{\lambda_{\mathrm{o}}}\sum_{i=0}^{m}\frac{1}{i+1}=\bar{T}_{\mathrm{O}}\sum_{i=0}^{m}\frac{1}{i+1}, \tag{3.3}$$

$$\lambda_C(t)=\frac{\lambda_{\mathrm{o}}(m+1)e^{-\lambda_{\mathrm{o}} t}\left(1-e^{-\lambda_{\mathrm{o}} t}\right)^m}{1-\left(1-e^{-\lambda_{\mathrm{o}} t}\right)^{m+1}}, \tag{3.4}$$

где $\lambda_{\mathrm{o}}=\sum_{i=1}^{n}\lambda_i$ — интенсивность отказов основной системы или любой из резервных систем; $\bar{T}_{\mathrm{O}}$ — среднее время наработки до первого отказа основной системы или любой из резервных систем.

При резервировании неравнонадежных изделий

$$P_{\mathrm{C}}(t)=1-\prod_{i=0}^{m}q_i(t)=1-\prod_{i=0}^{m}[1-p_i(t)], \tag{3.5}$$

где $q_i(t)$, $p_i(t)$ — вероятность отказов и вероятность безотказной работы i-го изделия в течение времени t соответственно.

2. *Раздельное резервирование с постоянно включенным резервом и целой кратностью* (см. рис. 3.2, *б*):

$$P_{\mathrm{C}}(t)=\prod_{i=1}^{n}\{1-[1-p_i(t)]^{m_i+1}\}, \tag{3.6}$$

где $p_i(t)$ — вероятность безотказной работы i-го элемента в течение времени t; m_i — кратность резервирования i-го элемента; n — число элементов основной системы.

При экспоненциальном законе распределения надежности, когда $p_i(t)=e^{-\lambda_i \cdot t}$,

$$P_{\mathrm{C}}(t)=\prod_{i=1}^{n}\{1-[1-e^{-\lambda_i \cdot t}]^{m_i+1}\}. \tag{3.7}$$

При равнонадежных элементах и одинаковой кратности резервирования

$$P_{\text{С}}(t)=\left[1-\left(1-e^{-\lambda t}\right)^{m+1}\right]^{n}, \tag{3.8}$$

$$\overline{T}_{\text{О.С}}=\int_{0}^{\infty}P_{\text{С}}(t)dt=\frac{(n-1)!}{\lambda(m+1)}\sum_{i=0}^{m}\frac{1}{v_i(v_i+1)\ldots(v_i+n-1)}, \tag{3.9}$$

$$\lambda_C(t)=\frac{n(m+1)\lambda e^{-\lambda t}\left(1-e^{-\lambda t}\right)^{m}}{1-\left(1-e^{-\lambda t}\right)^{m+1}}, \tag{3.10}$$

где λ — интенсивность отказа одного элемента системы; $v_i=\dfrac{i+1}{m+1}$.

3. *Общее резервирование замещением с целой кратностью* (см. рис. 3.2, *в*):

При экспоненциальном законе надежности и ненагруженном состоянии резерва

$$P_{\text{С}}(t)=e^{-\lambda_{\text{о}}t}\sum_{i=0}^{m}\frac{(\lambda_{\text{о}}t)^{i}}{i!}, \tag{3.11}$$

$$\overline{T}_{\text{О.С}}=\frac{m+1}{\lambda_{\text{о}}}=(m+1)\overline{T}_{\text{О}}, \tag{3.12}$$

$$\lambda_C(t)=\frac{\lambda_{\text{о}}(\lambda_{\text{о}}t)^{m}}{m!\sum_{i=0}^{m}\frac{(\lambda_{\text{о}}t)^{i}}{i!}}, \tag{3.13}$$

где λ_0, $\overline{T}_{\text{О}}$ — интенсивность отказа и средняя наработка до первого отказа основной (нерезервированной) системы.

При экспоненциальном законе надежности и облегченном состоянии резерва

$$P_{\text{С}}(t)=e^{-\lambda_{\text{о}}t}\left[1+\sum_{i=1}^{m}\frac{a_i}{i!}\left(1-e^{-\lambda_i t}\right)^{i}\right], \tag{3.14}$$

$$\bar{T}_{\text{О.С}} = \frac{1}{\lambda_\text{о}} \sum_{i=0}^{m} \frac{1}{1+ik}, \quad (3.15)$$

где $a_i = \prod_{j=0}^{i-1} \left(j + \frac{\lambda_0}{\lambda_1} \right)$; $k = \frac{\lambda_1}{\lambda_0}$; λ_1 — интенсивность отказов резервного устройства до замещения.

При нагруженном состоянии резерва формулы для $P_\text{С}(t)$ и $\bar{T}_{\text{О.С}}$ совпадают с (3.2) и (3.3) соответственно.

4. *Раздельное резервирование замещением с целой кратностью* (см. рис. 3.2, *г*):

$$P_\text{С}(t) = \prod_{i=1}^{n} P_i(t), \quad (3.16)$$

где $P_i(t)$ — вероятность безотказной работы системы из-за отказов элементов i-го типа, резервированных по способу замещения. Вычисляется $P_i(t)$ по формулам общего резервирования замещением [формулы (3.11), (3.14)].

При равной надежности всех элементов:

$$P_\text{С}(t) = e^{-\lambda_\text{о} t} \left[\sum_{i=0}^{m} \frac{(\lambda t)^i}{i!} \right]^n, \quad (3.17)$$

$$\lambda_C(t) = \frac{\lambda_\text{о} (\lambda t)^m}{m! \sum_{i=0}^{m} \frac{(\lambda t)^m}{i!}}. \quad (3.18)$$

5. *Общее резервирование с дробной кратностью и постоянно включенным резервом* (см. рис. 3.2, *д*):

$$P_\text{С}(t) = \sum_{i=0}^{n-k} C_n^i P^{n-i}(t) \cdot [1 - P(t)]^i, \quad (3.19)$$

где $P(t)$ — вероятность безотказной работы основной или любой из резервных систем; n — общее число элементов расчета резервированного соединения, k — число элементов необходимое для нормальной работы, $n–k$ — число резервных элементов. Кратность резервирования $m = \frac{n-k}{k}$, $C_n^i = \frac{n!}{i! \cdot (n-i)!}$ — число комбинаций из n элементов по i.

При экспоненциальном законе распределения функции надежности

$$P_{\text{C}}(t)=\sum_{i=0}^{n-k} C_n^i e^{-\lambda(n-i)t}\left(1-e^{-\lambda t}\right)^i, \tag{3.20}$$

$$\overline{T}_{\text{О.С}}=\frac{1}{\lambda}\sum_{i=0}^{n-k}\frac{1}{k+i}. \tag{3.21}$$

6. *Раздельное резервирование замещением с дробной кратностью (скользящее резервирование)* (рис. 3.2, *е*):

$$P_{\text{C}}(t)=e^{-\lambda_{\text{o}}t}\sum_{i=0}^{m}\frac{\left(\lambda_{\text{o}}t\right)^i}{i!}. \tag{3.22}$$

Этот вид резервирования применяется, если все элементы системы выполняют одинаковые функции. Основная система имеет n элементов, а k элементов находятся в холодном резерве. Кратность резервирования $m=\dfrac{k}{n}$.

Надежность данной системы равна надежности системы с общим резервированием с замещением, но в то же время имеет в n раз меньше резервных элементов. Однако переключающие устройства при этом усложняются.

Вероятность безотказной работы резервированной системы можно вычислить, суммируя вероятности всех благоприятных гипотез, т.е.

$$P_{\text{C}}(t)=\sum_{j=1}^{k} p_j(t), \tag{3.23}$$

где $p_j(t)$ — вероятность j-й благоприятной гипотезы, k — число благоприятных гипотез.

3.2. Типовые примеры и их решения

Пример 3.1. Дана система, схема расчета надежности которой изображена на рис. 3.3. Необходимо найти вероятность безотказной работы системы при известных вероятностях безотказной работы ее элементов (значения вероятностей указаны на рисунке).

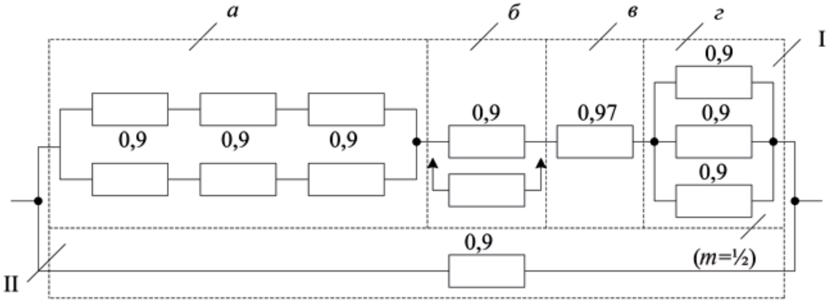


Рис. 3.3. Схема расчета надежности (к примеру 3.1)

Решение. Из рис. 3.3 видно, что система состоит из двух (I и II) неравнонадежных устройств.

Устройство I состоит из четырех узлов:

а — дублированного узла с постоянно включенным резервом, причем каждая часть узла состоит из трех последовательно соединенных (в смысле надежности) элементов;

б — дублированного узла по способу замещения;

в — узла с одним нерезервированным элементом;

г — резервированного узла с кратностью резервирования $m = \frac{1}{2}$.

Устройство II представляет собой нерезервированное устройство, надежность которого известна.

Так как оба устройства неравнонадежны, то на основании формулы (3.5) имеем

$$P_{\mathrm{C}}(t) = 1 - \prod_{i=0}^{m} (1 - p_i(t)) = 1 - [1 - p_{\mathrm{I}}(t)] \cdot [1 - p_{\mathrm{II}}(t)].$$

Найдем вероятность $p_{\mathrm{I}}(t)$. Вероятность безотказной работы устройства I равна произведению безотказной работы всех узлов, т.е. $p_{\mathrm{I}}(t) = p_а(t) \cdot p_б(t) \cdot p_в(t) \cdot p_г(t)$.

В узле *а* число элементов основной и резервной цепи $n = 3$, а кратность резервирования $m = 1$, тогда на основании формулы (3.1), имеем

$$p_a(t) = 1 - \left[1 - \prod_{i=1}^{3} p_i(t)\right]^2 = 1 - (1 - 0,9^3]^2 = 0,93.$$

В узле *б* кратность общего резервирования замещением $m = 1$, тогда на основании формулы (3.11) имеем

$$p_б(t) = e^{-\lambda \cdot t}\sum_{i=0}^{m}\frac{(\lambda t)^i}{i!} = e^{-\lambda \cdot t}(1+\lambda \cdot t) = 0{,}9\cdot(1+0{,}1) = 0{,}99.$$

В узле *г* применено резервирование с дробной кратностью. В этом случае число основных и резервных систем $n = 3$, число систем, необходимых для нормальной работы $k = 2$. Тогда на основании формулы (3.19)

$$p_г(t)=\sum_{i=0}^{n-k}C_n^i p^{n-i}(t)\cdot[1-p(t)]^i = \sum_{i=0}^{1}C_3^i p^{3-i}(t)\cdot[1-p(t)]^i =$$

$$=3p^2(t)-2p^3(t) = 0{,}972.$$

Вероятность безотказной работы устройства I будет

$$p_{\mathrm{I}}(t) = p_а(t)\cdot p_б(t)\cdot p_в(t)\cdot p_г(t) = 0{,}93\cdot 0{,}99\cdot 0{,}97\cdot 0{,}972 = 0{,}868.$$

Тогда вероятность безотказной работы резервированной системы будет

$$P_{\mathrm{C}}(t) = 1-\prod_{i=0}^{m}(1-p_i(t)) = 1-[1-p_{\mathrm{I}}(t)]\cdot[1-p_{\mathrm{II}}(t)] = 1-(1-0{,}868)(1-0{,}9) = 0{,}987.$$

Пример 3.2. Вероятность безотказной работы преобразователя постоянного тока в переменный в течение $t = 1000$ ч равна 0,95. Для повышения надежности системы электроснабжения на объекте имеется такой же преобразователь, который включается в работу при отказе первого. Требуется рассчитать вероятность безотказной работы и среднюю наработку до первого отказа системы, состоящей из двух преобразователей.

Решение. В данном случае имеет место общее резервирование замещением кратности $m = 1$. Для расчета вероятности безотказной работы воспользуемся формулой (3.11):

$$P_{\mathrm{C}}(t) = e^{-\lambda_{\mathrm{o}} t}\sum_{i=0}^{m}\frac{(\lambda_{\mathrm{o}} t)^i}{i!} = e^{-\lambda_{\mathrm{o}} t}(1+\lambda_{\mathrm{o}} t).$$

По условию задачи вероятность безотказной работы основной системы $P_{\mathrm{O}}(1000) = e^{-\lambda_{\mathrm{o}} t} = 0{,}95$, тогда $\lambda_{\mathrm{o}} t = -\ln 0{,}95 = 0{,}05$. Подставив эти значения в формулу, получим:

$$P_{\mathrm{C}}(1000) = 0{,}95(1 + 0{,}05) = 0{,}9975.$$

Среднюю наработку до первого отказа системы рассчитаем по формуле (3.12):

$$\bar{T}_{\text{О.С}} = (m+1)\bar{T}_{\text{О}} = 2\bar{T}_{\text{О}}.$$

Так как в течение времени $t = 1000$ ч $\lambda_0 t = 0{,}05$, то $\lambda_{\text{о}} = \dfrac{0{,}05}{t} = \dfrac{0{,}05}{1000} = 0{,}5 \cdot 10^{-4}$ (1/ч), а средняя наработка до первого отказа нерезервированного преобразователя $\bar{T}_{\text{О}} = \dfrac{1}{\lambda_{\text{о}}} = \dfrac{1}{0{,}5 \cdot 10^{-4}} = 20000$ (ч).

Тогда средняя наработка до первого отказа резервированной системы

$$\bar{T}_{\text{О.С}} = 2\bar{T}_{\text{О}} = 40000 \text{ (ч)}.$$

Пример 3.3. Система состоит из 10 равнонадежных элементов, средняя наработка до первого отказа элемента $\bar{T}_{\text{О}} = 1000$ ч. Предполагается, что справедлив экспоненциальный закон надежности для элементов системы и основная и резервная системы равнонадежны. Необходимо найти среднюю наработку до первого отказа $\bar{T}_{\text{О.С}}$ системы, а также частоту отказов $\alpha_{\text{С}}(t)$ и интенсивность отказов $\lambda_{\text{С}}(t)$ в момент времени $t = 50$ ч в следующих случаях:

1) нерезервированной системы;

2) дублированной системы при постоянно включенном резерве;

3) дублированной системы при включении резерва по способу замещения.

Решение. По условию задачи справедлив экспоненциальный закон надежности для элементов, поэтому средняя наработка до отказа основной системы

$$\bar{T}_{\text{О.О}} = \bar{T}_{\text{О.1}} = \frac{1}{\lambda_{\text{о}}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{10} \lambda_i} = \frac{1}{10 \cdot \lambda} = \frac{\bar{T}_{\text{О}}}{10} = \frac{1000}{10} = 100 \text{ (ч)}.$$

Тогда на основании формулы (3.3) для средней наработки до первого отказа при постоянно включенной одной резервной системе имеем

$$\bar{T}_{\text{О.С}} = \bar{T}_{\text{О.2}} = \bar{T}_{\text{О.О}} \sum_{i=0}^{m} \frac{1}{i+1} = \bar{T}_{\text{О.О}} \left(1 + \frac{1}{2}\right) = 150 \text{ (ч)}.$$

При дублировании системы по методу замещения

$$\overline{T}_{\text{О.С}} = \overline{T}_{\text{О.З}} = \overline{T}_{\text{О.О}}(m+1) = 2\overline{T}_{\text{О.О}} = 200 \text{ (ч)}.$$

В случае нерезервированной системы интенсивность отказов не зависит от времени и равна сумме интенсивностей отказов элементов.

Найдем интенсивность и частоту отказов системы в момент времени $t = 50$ ч для случая 1:

$$\lambda_1(50) = \sum_{i=1}^{10} \lambda_i = \sum_{i=1}^{10} \frac{1}{\overline{T}_{\text{О}.i}} = \frac{1}{\overline{T}_{\text{О.О}}} = 0{,}01 \text{ (1/ч)},$$

$$\alpha_1(50) = \lambda_1(50) \cdot P(50) = \lambda_1(50) \cdot e^{-\lambda_1(50)\cdot 50} = 0{,}01 \cdot e^{-0{,}01\cdot 50} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ (1/ч)}.$$

В случае дублированной системы интенсивность и частота отказов могут быть найдены по известной вероятности безотказной работы системы. В рассматриваемом случае число элементов нерезервированной системы $n = 10$, кратность резервирования $m = 1$. Тогда на основании формул (3.2) и (3.11) имеем

$$P_2(t) = 1 - (1 - e^{-\lambda_{\text{о}} t})^{m+1} = 2e^{-\lambda_{\text{о}} t} - e^{-2\lambda_{\text{о}} t},$$

$$P_3(t) = e^{-\lambda_{\text{о}} t} \sum_{i=0}^{m} \frac{(\lambda_{\text{о}} t)^i}{i!} = e^{-\lambda_{\text{о}} t}(1 + \lambda_{\text{о}} t).$$

Найдем интенсивность и частоту отказов для случаев 2 и 3:

$$\alpha_2(t) = -\frac{dP_2(t)}{dt} = 2\lambda_{\text{о}} e^{-\lambda_{\text{о}} t}(1 - e^{-\lambda_{\text{о}} t}),$$

$$\lambda_2(t) = \frac{\alpha_2(t)}{P_2(t)} = \frac{2\lambda_{\text{о}} e^{-\lambda_{\text{о}} t}(1 - e^{-\lambda_{\text{о}} t})}{2e^{-\lambda_{\text{о}} t} - e^{-2\lambda_{\text{о}} t}} = \frac{2\lambda_{\text{о}}(1 - e^{-\lambda_{\text{о}} t})}{2 - e^{-\lambda_{\text{о}} t}},$$

$$\alpha_3(t) = -\frac{dP_3(t)}{dt} = \lambda_{\text{о}}^2 \cdot t \cdot e^{-\lambda_{\text{о}} t},$$

$$\lambda_3(t) = \frac{\alpha_3(t)}{P_3(t)} = \frac{\lambda_{\text{о}}^2 \cdot t \cdot e^{-\lambda_{\text{о}} t}}{e^{-\lambda_{\text{о}} t}(1 + \lambda_{\text{о}} t)} = \frac{\lambda_{\text{о}}^2 \cdot t}{1 + \lambda_{\text{о}} t}.$$

Подставляя в полученные выражения исходные данные, будем иметь:

$\alpha_2(50) = 4{,}8 \cdot 10^{-3}$ (1/ч); $\lambda_2(50) = 5{,}7 \cdot 10^{-3}$ (1/ч);

$\alpha_3(50) = 3 \cdot 10^{-3}$(1/ч); $\lambda_3(50) = 3{,}33 \cdot 10^{-3}$ (1/ч);

Пример 3.4. Для повышения надежности усилителя все его элементы дублированы. Предполагается, что все элементы подвержены лишь одному виду отказов и последствия отказов отсутствуют. Необходимо найти вероятность безотказной работы усилителя в течение $t = 5000$ ч. Состав элементов нерезервированного усилителя и данные о интенсивности отказов его элементов приведены в табл. 3.1.

Таблица 3.1. **Данные о интенсивности отказов элементов (к примеру 3.4)**

Элементы	Количество элементов	Интенсивность отказов элементов λ, 10^{-3} 1/ч
Транзисторы	1	2,16
Резисторы	5	0,23
Конденсаторы	3	0,32
Диоды	1	0,78
Катушки индуктивности	1	0,09

Решение. В данном случае имеет место раздельное резервирование с кратностью $m = 1$, число элементов нерезервированной системы $n = 11$. Тогда, используя данные табл. 3.1, на основании формулы (3.7) получим:

$$P_{\mathrm{C}}(5000) = \prod_{i=1}^{11} \{1 - [1 - e^{-\lambda_i \cdot 5000}]^2\}.$$

Так как $\lambda_i < 1$, то для приближенного вычисления показательную функцию можно разложить в ряд и ограничиться первыми двумя членами разложения $1 - e^{-\lambda_i \cdot 5000} = 5000\lambda_i$. Тогда

$$P_{\mathrm{C}}(5000) = \prod_{i=1}^{11} \{1 - [1 - 5000\lambda_i]^2\} = 1 - \sum_{i=1}^{11} (5000\lambda_i)^2 = 1 - 5000^2 \sum_{i=1}^{11} \lambda_i^2 = 0{,}985.$$

Пример 3.5. Схема расчета надежности устройства приведена на рис. 3.4:

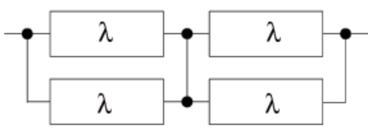


Рис. 3.4. Схема расчета надежности устройства (к примеру 3.5)

Предполагается, что последствие отказов отсутствует и все элементы расчета равнонадежны. Интенсивность отказа элементов $\lambda = 1{,}35 \cdot 10^{-3}$ 1/ч. Требуется определить наработку до первого отказа резервированной системы.

Решение. В данном случае имеет место раздельное резервирование равнонадежных устройств с постоянно включенным резервом. Число элементов нерезервированной системы $n = 2$, кратность резервирования $m = 1$. Для вычисления средней наработки до первого отказа воспользуемся формулой (3.9):

$$\overline{T}_{\text{о.с}} = \frac{(n-1)!}{\lambda(m+1)} \sum_{i=0}^{m} \frac{1}{v_i(v_i+1)\ldots(v_i+n-1)} = \frac{1}{2\lambda} \sum_{i=0}^{1} \frac{1}{\nu_i(\nu_i+1)}.$$

Так как

$$v_i = \frac{i+1}{m+1}. = \frac{i+1}{2},$$

то $\nu_0 = \dfrac{1}{2}$, $\nu_1 = 1.$

Тогда

$$\overline{T}_{\text{о.с}} = \frac{1}{2\lambda}\left[\frac{4}{3} + \frac{1}{2}\right] = \frac{11}{12\lambda} = \frac{11}{12 \cdot 1{,}35 \cdot 10^{-3}} = 680 \text{ (ч)}.$$

Пример 3.6. Схема расчета надежности приведена на рис. 3.5. Интенсивности отказов элементов имеют следующие значения: $\lambda_1 = 0{,}23 \cdot 10^{-3}$ 1/ч; $\lambda_2 = 0{,}5 \cdot 10^{-4}$ 1/ч; $\lambda_3 = 0{,}4 \cdot 10^{-3}$ 1/ч. Предполагаем, что последствие отказов элементов отсутствует. Необходимо найти среднюю наработку до первого отказа устройства.

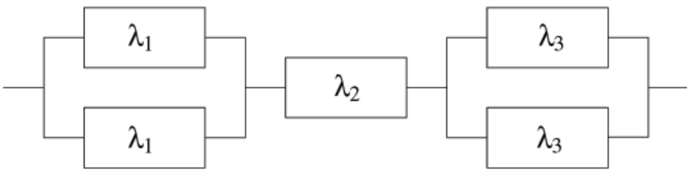


Рис. 3.5. Схема расчета надежности устройства (к примеру 3.6)

Решение. Готовой формулы для средней наработки до первого отказа в рассматриваемом случае нет. Поэтому необходимо воспользоваться соотношением:

$$\overline{T}_{\text{O.C}} = \int_0^\infty P_{\text{C}}(t)dt.$$

Найдем выражение для вероятности безотказной работы устройства. Очевидно $P_{\text{C}}(t) = p_{\text{I}}(t) \cdot p_{\text{II}}(t) \cdot p_{\text{III}}(t)$,

где

$$p_{\text{I}}(t) = 1 - [1 - p_1(t)]^2 = 2p_1(t) - p_1^2(t);$$

$$p_{\text{III}}(t) = 1 - [1 - p_3(t)]^2 = 2p_3(t) - p_3^2(t).$$

Тогда, подставляя значения $p_{\text{I}}(t)$ и $p_{\text{III}}(t)$ в выражение для $P_{\text{C}}(t)$, получим

$$P_{\text{C}}(t) = [2p_1(t) - p_1^2(t)] \cdot p_2(t) \cdot [2p_3(t) - p_3^2(t)] =$$

$$= 4p_1(t)p_2(t)p_3(t) - 2p_3^2(t)p_2(t)p_1(t) - 2p_1^2(t)p_2(t)p_3(t) + p_1^2(t)p_2(t)p_3^2(t).$$

Так как $p_1(t) = e^{-\lambda_1 t}$; $p_2(t) = e^{-\lambda_2 t}$; $p_3(t) = e^{-\lambda_3 t}$, то

$$P_{\text{C}}(t) = 4e^{-(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)t} - 2e^{-(2\lambda_3+\lambda_2+\lambda_1)t} - 2e^{-(2\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)t} + e^{-(2\lambda_1+\lambda_2+2\lambda_3)t}.$$

$$\overline{T}_{\text{O.C}} = \int_0^\infty P_{\text{C}}(t)dt = \frac{4}{\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3} - \frac{2}{2\lambda_3+\lambda_2+\lambda_1} - \frac{2}{2\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3} + \frac{1}{2\lambda_1+\lambda_2+2\lambda_3}.$$

Подставляя в выражение для $\overline{T}_{\text{O.C}}$ значение интенсивностей отказов из условия задачи, получаем

$$\overline{T}_{\text{O.C}} = \frac{4}{10^{-3}(0,23+0,05+0,4)} - \frac{2}{10^{-3}(0,8+0,05+0,23)} - \frac{2}{10^{-3}(0,46+0,05+0,4)} +$$

$$+ \frac{1}{10^{-3}(0,46+0,05+0,8)} = 2590 \text{ (ч)}.$$

Пример 3.7. Система имеет кратность общего резервирования $m = 5$. Основная нерезервированная система содержит четыре равнонадежных элемента с логически последовательным соединением. Интенсивность отказа одного элемента $\lambda = 0{,}2 \cdot 10^{-3}$ (1/ч). Определить характеристики надежности системы за 1000 ч работы.

Решение. Определим интенсивность отказов основной системы по формуле:

$$\lambda_{\text{o}} = n \cdot \lambda = 4\lambda = 4 \cdot 0{,}2 \cdot 10^{-3} = 0{,}8 \cdot 10^{-3} \text{ (1/ч)}.$$

Вероятность безотказной работы системы определим по формуле (3.2):

$$P_{\text{С}}(t) = 1-(1-e^{-\lambda_{\text{о}}t})^{m+1} = 1-(1-e^{-0,8})^6 = 0,972.$$

Среднее время наработки до первого отказа и интенсивность отказов системы соответственно равны

$$\overline{T}_{\text{О.С}} = \frac{1}{\lambda_{\text{о}}}\sum_{i=0}^{m}\frac{1}{i+1} = \frac{1}{0,8\cdot10^{-3}}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}\right) = 3062\ (\text{ч}).$$

$$\lambda_{\text{С}}(t) = \frac{\lambda_{\text{о}}(m+1)e^{-\lambda_{\text{о}}t}\left(1-e^{-\lambda_{\text{о}}t}\right)^m}{1-\left(1-e^{-\lambda_{\text{о}}t}\right)^{m+1}} = \frac{0,8\cdot10^{-3}\cdot6e^{-0,8}(1-e^{-0,8})^5}{1-(1-e^{-0,8})^6} = 0,11\cdot10^{-3}.$$

Пример 3.8. Вычислительная система построена из 500 однотипных блоков с интенсивностью отказа $\lambda = 0,3\cdot10^{-6}$ 1/ч. В скользящем холодном резерве находятся пять таких же блоков, которые могут заменить любой из отказавших блоков. Определить показатели надежности системы за 10000 часов работы.

Решение. Определим показатели надежности системы, используя формулы

$$P_C(t) = e^{-\lambda_{\text{о}}t}\sum_{i=0}^{m}\frac{(\lambda_{\text{о}}t)^i}{i!};$$

$$\lambda_C(t) = \frac{\lambda_{\text{о}}(\lambda_{\text{о}}t)^m}{m!\sum\limits_{i=0}^{m}\frac{(\lambda_{\text{о}}t)^i}{i!}};$$

$$\overline{T}_{\text{О.С}} = \frac{m+1}{\lambda_{\text{о}}} = (m+1)\overline{T}_{\text{О}}.$$

Определим интенсивность отказов основной системы за время $t = 10000$ ч.

$$\lambda_{\text{о}}t = n\lambda t = 0,3\cdot10^{-6}\cdot500\cdot10000 = 1,5.$$

Тогда

$$P_C(10000)=e^{-1,5}\left[1+1,5+\frac{(1,5)^2}{2!}+\frac{(1,5)^3}{3!}+\frac{(1,5)^4}{4!}+\frac{(1,5)^5}{5!}\right]=0,2231\cdot 4,4617=0,9954;$$

$$\lambda_C=\frac{1,5\cdot 10^{-4}(1,5)^5}{5!\cdot 4,4617}=0,21\cdot 10^{-6}\ \text{(1/ч)};$$

$$\bar{T}_{\text{О.С}}=\frac{5+1}{1,5\cdot 10^{-4}}=40000\ \text{(ч)}.$$

Пример 3.9. Для повышения точности измерения некоторой величины применена схема группирования приборов из пяти по три, т.е. результат измерения считается верным по показанию среднего (третьего) прибора. Требуется найти вероятность и среднее время наработки до первого отказа такой системы, если интенсивность отказов каждого прибора $\lambda = 0{,}4\cdot10^{-3}$ 1/ч, последствие отказов отсутствует, а время, в течение которого система измерения должна быть исправна, $t = 500$ ч.

Решение. Решим эту задачу двумя способами.

Способ 1. В данном случае измерительная система отказывает в том случае, если откажут из приборов три и более, т.е. имеет место общее резервирование дробной кратности, когда общее число приборов $n = 5$, число приборов, необходимых для нормальной работы $k = 3$, а кратность резервирования $m=\frac{2}{3}$.

Используя формулу (3.19), получим

$$P_C(t)=\sum_{i=0}^{n-k}C_n^i p^{n-i}(t)\cdot[1-p(t)]^i=\sum_{i=0}^{2}C_5^i p^{5-i}(t)\cdot[1-p(t)]^i=6p^5(t)-15p^4(t)+10p^3(t).$$

Так как вероятность безотказной работы одного прибора в течение времени $t = 500$ ч будет

$$p(500)=e^{-\lambda t}=e^{-0,4\cdot 10^{-3}\cdot 500}=0,82,\ \text{то}$$

$$P_C(500)=6p^5(t)-15p^4(t)+10p^3(t)=15\cdot 0,82^5-15\cdot 0,82^4+10\cdot 0,82^3=0,95.$$

Средняя наработка до первого отказа системы вычисляется по формуле (3.21):

$$\bar{T}_{\text{О.С}}=\frac{1}{\lambda}\sum_{i=0}^{n-k}\frac{1}{k+i}=\frac{1}{\lambda}\sum_{i=0}^{2}\frac{1}{3+i}=\frac{1}{\lambda}\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right)=\frac{47}{60\lambda}=\frac{47}{60\cdot 0,4\cdot 10^{-3}}=1958\ \text{(ч)}.$$

Способ 2. Благоприятными ситуациями в рассматриваемом случае являются следующие:

1) все пять приборов исправны, вероятность этой гипотезы $p_1(t) = p^5(t)$;

2) один любой прибор отказал, а остальные исправны; так как приборов пять и каждый может отказать с равной вероятностью, $q = 1 - p$, то $p_2(t) = 5qp^4 = 5p^4 - 5p^5$;

3) два любых прибора из пяти отказали (таких ситуаций может быть $C_5^2 = 10$), а остальные три исправны, вероятность такого события будет

$$p_3(t) = C_5^2 q^2 p^3 = \frac{5 \cdot 4}{1 \cdot 2}(1-p)^2 p^3 = 10p^3 - 20p^4 + 10p^5.$$

Вероятность безотказной работы измерительной системы на основании (3.23) будет

$P_{\text{C}}(t) = p_1(t) + p_2(t) + p_3(t) = 6p^5(t) - 15p^4(t) + 10p^3,$ что совпадает с ответом, полученным при первом способе решения.

Средняя наработка до первого отказа вычисляется в данном случае путем интегрирования $P_{\text{C}}(t)$ по всей временной оси:

$$\bar{T}_{\text{O.C}} = \int_0^\infty P_{\text{C}}(t) = \int_0^\infty [6p^5(t) - 15p^4(t) + 10p^3(t)]dt;$$

$$\bar{T}_{\text{O.C}} = 6\int_0^\infty e^{-5\lambda t}dt - 15\int_0^\infty e^{-4\lambda t}dt + 10\int_0^\infty e^{-3\lambda t}dt = \left(\frac{6}{5} - \frac{15}{4} + \frac{10}{3}\right) \cdot \frac{1}{\lambda} = \frac{47}{60\lambda},$$

что совпадает с ответом, полученным при первом способе решения.

3.3. Задачи

3.1. Схема расчета надежности приведена на рис.3.6. Необходимо найти вероятность безотказной работы изделия, если известны вероятности отказов элементов $q_1 = 0{,}05$, $q_2 = 0{,}1$.

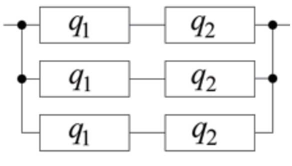


Рис. 3.6. Схема расчета надежности (к задаче 3.1)

Ответ: $P_{\text{C}} = 0{,}997$.

3.2. Схема расчета надежности показана на рис. 3.7. Вероятность безотказной работы элементов соответственно равна $p_1 = 0{,}9$, $p_2 = 0{,}8$. Требуется определить вероятность безотказной работы и вероятность отказа изделия.

Ответ: $P_C(t) = 0{,}991$, $Q_C(t) = 0{,}009$.

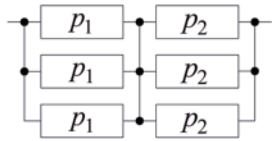


Рис. 3.7. Схема расчета надежности (к задаче 3.2)

3.3. Схема расчета надежности показана на рис. 3.8. Необходимо найти вероятность безотказной работы изделия по известным вероятностям отказов элементов $q_1 = 0{,}1$, $q_2 = 0{,}2$.

Ответ: $P_C(t) = 0{,}95$.

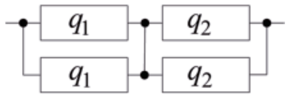


Рис. 3.8. Схема расчета надежности (к задаче 3.3)

3.4. Схема расчета надежности показана на рис. 3.9. Требуется определить вероятность безотказной работы устройства, если известны вероятности безотказной работы элементов $p_1 = 0{,}9$, $p_2 = 0{,}8$, $p_3 = 0{,}85$, $p_4 = 0{,}94$.

Ответ: $P_C(t) = 0{,}944$.

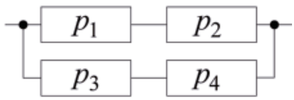


Рис. 3.9. Схема расчета надежности (к задаче 3.4)

3.5. Система состоит из двух приборов, соединенных параллельно. На испытание было поставлено 100 приборов типа А и 200 приборов типа В. За 200 часов работы осталось работоспособными 80 приборов А и 150 приборов В. Определить среднюю наработку до первого отказа системы в целом, если для приборов каждого типа справедлив экспоненциальный закон.

Ответ: $\overline{T}_{\text{О.С}} = 1200$ ч.

3.6. Определить вероятность отказа системы, схема надежности которой приведена на рис. 3.10. При этом вся система в целом резервирована такой же системой в «горячем» резерве. Известны вероятности безотказной работы элементов: $p_1 = 0{,}9$, $p_2 = 0{,}8$.

Ответ: $P_C(t) = 0{,}998$.

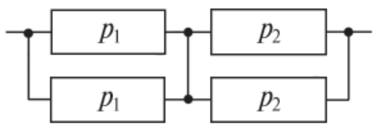


Рис. 3.10. Схема расчета надежности (к задаче 3.4)

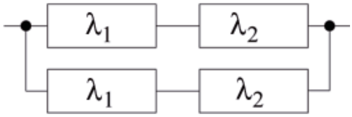


Рис. 3.11. Схема расчета надежности (к задаче 3.7)

3.7. Схема расчета надежности показана на рис. 3.11. Интенсивности отказов элементов имеют следующие значения: $\lambda_1 = 0{,}3\cdot10^{-3}$ 1/ч, $\lambda_2 = 0{,}7\cdot10^{-3}$ 1/ч. Необходимо определить вероятность безотказной работы изделия в течение времени $t = 100$ ч и среднюю наработку до первого отказа, если для элементов справедлив экспоненциальный закон надежности.

Ответ: $P_С(100) = 0{,}99$, $\overline{T}_{О.С} = 1500$ (ч).

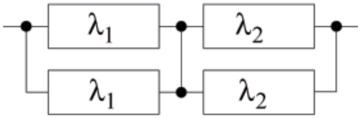


Рис. 3.12. Схема расчета надежности (к задаче 3.8)

3.8. Схема расчета надежности изделия показана на рис. 3.12. Интенсивности отказов элементов имеют значения: $\lambda_1 = 0{,}3\cdot10^{-3}$ 1/ч, $\lambda_2 = 0{,}7\cdot10^{-3}$ 1/ч. Необходимо определить вероятность безотказной работы изделия в течение времени $t = 100$ ч и среднюю наработку до первого отказа, если для элементов справедлив экспоненциальный закон надежности.

Ответ: $P_С(100) = 0{,}994$, $\overline{T}_{О.С} = 1760$ (ч).

3.9. Схема расчета надежности резервированного устройства приведена на рис. 3.13. Интенсивности отказов элементов: $\lambda_1 = 0{,}23\cdot10^{-3}$ 1/ч; $\lambda_2 = 0{,}5\cdot10^{-4}$ 1/ч; $\lambda_3 = 0{,}4\cdot10^{-3}$ 1/ч. Определить вероятность отказа устройства за 100 часов работы, если справедлив экспоненциальный закон надежности.

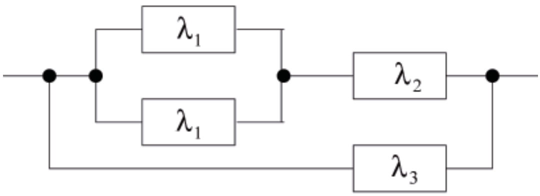


Рис. 3.13. Схема расчета надежности (к задаче 3.9)

Ответ: $P_С(100) = 0{,}999$, $Q(100) = 0{,}001$.

3.10. Система состоит из двух одинаковых элементов. Интенсивность отказа каждого элемента $\lambda = 0{,}5\cdot10^{-3}$ 1/ч = const. Система имеет двукратный «холодный» резерв. Определить вероятность безотказной работы системы за 1 час времени работы с учетом резервирования.

Ответ: $P_C(1) = 0{,}999$.

3.11 Схема расчета надежности приведена на рис. 3.14. Определить среднее время наработки до первого отказа системы, если известны вероятности отказов его элементов за 100 часов работы: $q_1(100) = 0{,}05$, $q_2(100) = 0{,}1$.

Ответ: $\overline{T}_{\text{О.С}} = 1382$ ч.

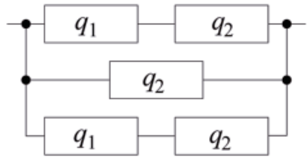


Рис. 3.14. Схема расчета надежности (к задаче 3.11)

3.12. Средние наработки до первого отказа элементов схемы рис. 3.11 равны $\overline{T}_{\text{О.1}}$ и $\overline{T}_{\text{О.2}}$. Справедлив экспоненциальный закон надежности для элементов. Необходимо найти среднюю наработку до первого отказа системы.

Ответ: $\overline{T}_{\text{О.С}} = \dfrac{3\overline{T}_{\text{О.1}} \cdot \overline{T}_{\text{О.2}}}{2(\overline{T}_{\text{О.1}} + \overline{T}_{\text{О.2}})}$ ч.

3.13. Средняя наработка до первого отказа устройства рис. 3.11 равна $\overline{T}_{\text{О.С}} = 1000$ ч и $\overline{T}_{\text{О.1}} = 2\overline{T}_{\text{О.2}}$. Справедлив экспоненциальный закон надежности для элементов. Необходимо найти вероятность безотказной работы устройства в течение $t = 100$ ч.

Ответ: $P_C(100) = 0{,}98$.

3.14. Схема расчета надежности изделия приведена на рис. 3.15. Известна вероятность безотказной работы устройства за t = 100 ч работы $p(100)$ = 0,9. Для изделия справедлив экспоненциальный закон надежности. Определить вероятность безотказной работы системы за 500 ч работы.

Ответ: $P_C(500) = 0{,}983$.

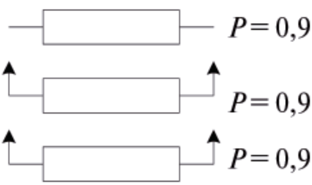


Рис. 3.15. Схема расчета надежности (к задаче 3.14)

3.15. Изделие состоит из двух элементов, менее надежный элемент дублирован путем замещения при ненагруженном состоянии резерва. Средняя наработка до первого отказа элементов равны $\overline{T}_{\text{О.1}} = 100$ ч, $\overline{T}_{\text{О.2}} = 200$ ч. Найти среднюю наработку до первого отказа изделия, если для элементов справедлив экспоненциальный закон надежности.

Ответ: $\overline{T}_{\text{О.С}} = 100$ ч.

3.16. Предложено конструктором три варианта схем построения изделия (рис. 3.16):

a) изделие нерезервированно и средние наработки до первого отказа элементов равны $\overline{T}_{О.1} = \overline{T}_{О.2} = 300$ ч;

b) один элемент дублируется путем замещения при ненагруженном состоянии резерва, а второй, как и в схеме рис. 3.16, *a* нерезервирован, причем средние наработки до первого отказа дублированного узла и нерезервированного элемента те же;

c) один элемент дублирован путем постоянно включенного резерва, а второй нерезервирован, как и в схеме рис. 3.16, *a* и *b*, средние наработки до первого отказа дублированного узла и нерезервированного элемента равны 300 ч.

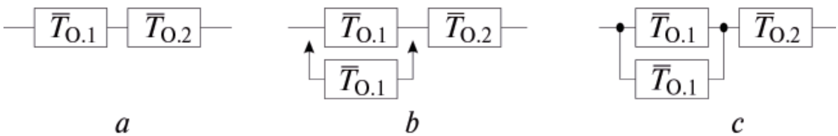


Рис. 3.16. Схема расчета надежности (к задаче 3.16)

Какой из вариантов более предпочтителен с точки зрения надежности, если надежность изделия оценивать средней наработкой до первого отказа.

Ответ. Более предпочтителен вариант *b*, так как для варианта *a*: $\overline{T}_{О.С} = 150$ ч, для варианта *b*: $\overline{T}_{О.С} = 200$ ч, для варианта *c*: $\overline{T}_{О.С} = 180$ ч.

3.17. Интенсивность отказов изделия $\lambda = 0{,}016$ 1/ч. Для повышения надежности имеется возможность либо облегчить режимы работы элементов и тем самым снизить интенсивность отказов изделия вдвое, либо дублировать изделие при постоянно включенном резерве без облегчения режимов работы элементов.

Какой способ более целесообразен, если надежность изделия оценивать средней наработкой до первого отказа?

Ответ. Более целесообразно облегчить режимы работы элементов, так как в этом случае среднее время безотказной работы изделия возрастет вдвое, а при дублировании — только в 1,5 раза.

3.18. Используя данные задачи 3.17, установить, какой способ повышения надежности изделия из предложенных в задаче 3.17 более целесообразен, если надежность оценивать вероятностью безотказной работы в течение времени непрерывной работы изделия $t = 20$ ч.

Ответ. Более целесообразно дублировать изделие, так как при дублировании вероятность безотказной работы $P_C(20) = 0{,}93$, а при облегченном режиме работы элементов $P_C(20) = 0{,}85$.

3.19. Машина состоит из 1024 стандартных ячеек и множества других элементов. В ЗИПе имеется еще две однотипные ячейки, которые могут заменить любую из отказавших. Все элементы, кроме указанных ячеек, идеальны в смысле надежности. Известно, что интенсивность отказов ячеек есть величина постоянная, а средняя наработка до первого отказа машины с учетом двух запасных ячеек $\bar{T}_{O.C} = 60$ ч. Предполагается, что машина допускает короткий перерыв в работе на время замены отказавших ячеек. Требуется определить среднее время наработки до первого отказа одной ячейки.

Ответ: $\bar{T}_{O.C} = 20480$ ч.

3.20. Система состоит из двух одинаковых элементов. Для повышения ее надежности конструктор предложил два следующих варианта (рис. 3.17):

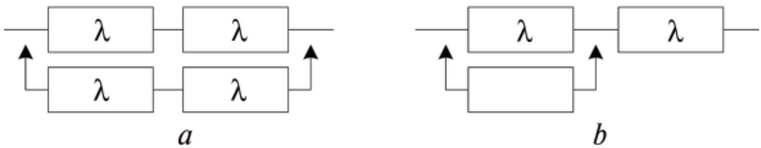


Рис. 3.17. Схема расчета надежности (к задаче 3.20)

a) дублирование системы по способу замещения с ненагруженным состоянием резерва;

b) скользящее резервирование при одном резервном элементе, находящемся в ненагруженном состоянии.

Какой из вариантов более целесообразен с точки зрения надежности, если интенсивность отказов элемента λ?

Ответ: $P_a(t) = P_b(t) = e^{-2\lambda \cdot t}(1 + 2\lambda \cdot t)$, т.е. варианты равноценны.

3.21. Система состоит из N однотипных элементов, каждый из которых имеет среднюю наработку до первого отказа, равную

$\overline{T}_{\text{O}} = \dfrac{1}{\lambda}$. Для повышения надежности применено скользящее резервирование, при котором m резервных элементов находятся в ненагруженном режиме. Необходимо найти среднюю наработку до первого отказа системы.

Ответ: $\overline{T}_{\text{O.C}} = \dfrac{\overline{T}_{\text{O}} \cdot (m+1)}{N}$.

3.22. Вероятность безотказной работы вычислительного устройства $p = 0{,}6$. Какое число устройств следует иметь в «горячем резерве», чтобы результирующее значение вероятности отказа резервированной системы не превышало 10^{-2}.

Ответ: $n = 4$.

3.23. Найти вероятность безотказной работы системы, если вероятность безотказной работы элемента $P = 0{,}9$. Для элемента применено резервирование с кратностью $m = \dfrac{1}{4}$.

Ответ: $P_{\text{C}}(t) = 0{,}919$.

3.24. Система состоит из двух одинаковых элементов. Интенсивность отказа каждого элемента $\lambda = \text{const} = 0{,}5 \cdot 10^{-3}$ 1/ч. Схема имеет двукратный «холодный» резерв. Определить вероятность безотказной работы системы за 1 час времени работы с учетом резервирования.

Ответ: $P_{\text{C}}(1) = 0{,}999$.

3.25. Вероятность отказа устройства $q = 0{,}4$. Какое количество параллельно включенных устройств необходимо иметь, чтобы результирующее значение вероятности отказа такой резервированной системы было $Q_{\text{C}} \le 0{,}01$.

Ответ: $n = 5$.

3.26. Вероятность безотказной работы преобразователя в течение $t = 1000$ ч равна 0,95. Для повышения надежности имеется такой же преобразователь, который включается в работу при отказе первого. Требуется рассчитать вероятность безотказной работы такой системы в течение времени $t = 2000$ ч.

Ответ: $P_{\text{C}}(2000) = 0{,}995$.

3.27. Найти вероятность отказа системы в течение времени $t = 100$ ч работы, если известны интенсивности отказов ее элементов: $\lambda_1 = 0{,}5 \cdot 10^{-3}$ 1/ч; $\lambda_2 = 0{,}3 \cdot 10^{-3}$ 1/ч. Схема устройства приведена на рис. 3.18. Справедливо условие $\lambda = \text{const}$.

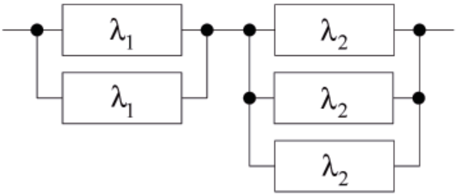


Рис. 3.18 Схема расчета надежности (к задаче 3.27)

Ответ: $P_C(100) = 0{,}998$.

3.28. Найти вероятность безотказной работы системы, если вероятность безотказной работы элемента $P = 0{,}3$. Для элемента применено резервирование с кратностью $m = \dfrac{1}{3}$.

Ответ: $P_C(t) = 0{,}084$.

3.29. Схема расчета надежности представлена на рис. 3.19. Заданы вероятности безотказной работы ее элементов. Укажите расчетную формулу вероятности безотказной работы системы.

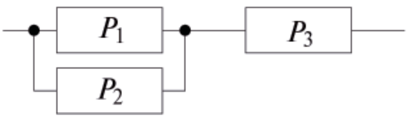


Рис. 3.19 Схема расчета надежности (к задаче 3.29)

Ответ: $P_C(t) = (P_1 + P_2 - P_1 \cdot P_2) \cdot P_1$.

Глава 4. РАСЧЕТ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ ВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ СИСТЕМ

4.1. Методы расчета

Восстанавливаемое изделие — это изделие, для которого в рассматриваемой ситуации проведение восстановления работоспособного состояния предусмотрено в нормативно-технической и (или) конструкторской документации. Восстановление возможно с прекращением выполнения изделием своих функций и без нарушения выполнения своих функций.

При разработке сложной электронной аппаратуры, цифровой техники и систем автоматического управления практически встречаются следующие случаи восстанавливаемости изделий.

1. Резервирование с восстановлением, т.е. такое резервирование, когда отказавшие блоки восстанавливаются и снова включаются в состав резервной группы. Существенной особенностью конструкции такой аппаратуры является возможность осуществлять ремонт отказавших блоков во время выполнения аппаратурой своих функций.

2. Изделия с временной избыточностью, т.е. изделия, располагающие для выполнения поставленной задачи резервом времени.

Основной круг задач, рассматриваемых при расчете надежности восстанавливаемых систем, относится к следующей ситуации. Исправное изделие начинает эксплуатироваться в момент времени $t = 0$ и, проработав случайное время X_i, выходит из строя. На ремонт требуется случайное время Y_i. Этот процесс продолжается в течение всего срока службы изделия, причем величины X_i и Y_i ($i = 1, 2,...$) независимы.

Рассмотрим наиболее распространенные методы расчета надежности восстанавливаемых систем.

МЕТОД, ОСНОВАННЫЙ НА ИСПОЛЬЗОВАНИИ КЛАССИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

При решении большого класса задач удобно исходить из вероятностей нахождения системы в том или ином состоянии. В общем случае число таких состояний будет больше двух, но при решении задач теории надежности обычно приходится иметь дело с конечным числом состояний.

Пусть в момент времени t система находится в состоянии i. Если вероятность перехода системы за время Δt из состояния i в состояние j не зависит от поведения системы до момента t, то такой случайный процесс называется *марковским процессом*. Если эта вероятность также не зависит от момента t, то имеет место *однородный марковский процесс*.

Для этого случая можно найти характеристики надежности путем решения дифференциальных уравнений.

Рассмотрим очень важный для теории надежности случай, когда потоки отказов и восстановлений являются простейшими: $\lambda = \text{const}$, $\mu = \text{const}$. Это значит, что производительность труда ремонтника постоянна и не зависит от времени. Поэтому время восстановления имеет экспоненциальный закон распределения $F(t) = 1 - e^{-\mu t}$; $\bar{T}_{\text{в}} = \frac{1}{\mu}$.

Например, пусть требуется найти коэффициент готовности $K_{\Gamma}(t)$. Если система исправна будем говорить, что она находится в состоянии (G_0), если неисправна и восстанавливается — в состоянии (G_1). Обозначим вероятности нахождения системы в момент $(t, t + \Delta t)$ в этих состояниях через $P_0(t)$, $P_0(t+\Delta t)$ и $P_1(t)$, $P_1(t+\Delta t)$ соответственно. Естественно, что $P_0(t) + P_1(t) = 1$ и $K_{\Gamma} = P_0(t)$. Обозначим также через $P_{01}(\Delta t)$ и $P_{10}(\Delta t)$ — условную вероятность того, что в момент времени t система находится или в состоянии G_0 или в состоянии G_1, а в момент времени $t + \Delta t$ или в состоянии G_1 или в состоянии G_0, т.е. за интервал времени Δt произошел отказ (восстановление) системы.

Тогда
$$P_{01}(\Delta t) = \lambda \Delta t, \quad P_{10}(\Delta t) = \mu \Delta t.$$

Будем считать, что за время Δt может произойти только один отказ или только одно восстановление. Тогда на интервале Δt могут произойти четыре несовместимых события: $A_1(G_0, G_0)$ — в момент времени t система находилась в состоянии G_0, в момент времени $t + \Delta t$ она осталась в том же состоянии, т.е. отказа не произошло; $A_2(G_0, G_1)$ — отказ произошел; $A_3(G_1, G_0)$ — восстановление произошло; $A_4(G_1,\ G_1)$ — восстановление не произошло. Тогда

$$P_0(t+\Delta t)=P(A_1)+P(A_3)=P_0(t)(1-\lambda\Delta t)+P_1(t)\mu\Delta t,$$
$$P_1(t+\Delta t)=P(A_2)+P(A_4)=P_0(t)\lambda\Delta t+P_1(t)(1-\mu\Delta t)$$

или

$$\frac{P_0(t+\Delta t)-P_0(t)}{\Delta t}=-\lambda P_0(t)+\mu P_1(t),$$
$$\frac{P_1(t+\Delta t)-P_1(t)}{\Delta t}=\lambda P_0(t)-\mu P_1(t).$$

Положим $\Delta t\to 0.$ Тогда получим систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases}\dfrac{dP_0(t)}{dt}=-\lambda P_0(t)+\mu P_1(t)\\[2mm] \dfrac{dP_1(t)}{dt}=\lambda P_0(t)-\mu P_1(t)\end{cases},\qquad (4.1)$$

которая дополняется условием $P_0(t)+P_1(t)=1.$

Решение системы (4.1) при начальных условиях $P_0(t)=1$ и $P_1(t)=0$ (в начальный момент времени система работоспособна) имеет вид:

$$\begin{cases}P_0(t)=K_Г(t)=\dfrac{\mu}{\lambda+\mu}+\dfrac{\lambda}{\lambda+\mu}e^{-(\lambda+\mu)\,t}\\[2mm] P_1(t)=\dfrac{\lambda}{\lambda+\mu}-\dfrac{\lambda}{\lambda+\mu}e^{-(\lambda+\mu)\,t}.\end{cases}\qquad (4.2)$$

Если в начальный момент времени система неработоспособна, то $P_0(0)=0$, $P_1(0)=1$ и решение системы имеет вид

$$\begin{cases}P_0(t)=K_Г(t)=\dfrac{\mu}{\lambda+\mu}-\dfrac{\mu}{\lambda+\mu}e^{-(\lambda+\mu)\,t}\\[2mm] P_1(t)=\dfrac{\lambda}{\lambda+\mu}+\dfrac{\mu}{\lambda+\mu}e^{-(\lambda+\mu)\,t}.\end{cases}\qquad (4.3)$$

При $t \to \infty$ независимо от начального состояния системы (G_0 или G_1) вероятности $P_0(t) = K_Г$, $P_1(t)$ стремятся к постоянным значениям

$$K_Г = \frac{\mu}{\lambda + \mu}; \quad P_1 = \frac{\lambda}{\lambda + \mu}. \tag{4.4}$$

Это означает, что при экспоненциальных законах распределения времени наработки на отказ и времени восстановления, случайный процесс работы восстанавливаемой системы стабилизируется, и вероятность застать систему работоспособной в произвольный момент времени остается постоянной.

При малых значениях величины $(\lambda + \mu)t$, когда $e^{-(\lambda+\mu)t} = 1 - (\lambda + \mu)t$, из уравнения (4.2) получим:

$$K_Г(t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} + \frac{\lambda}{\lambda + \mu}[1 - (\lambda + \mu)t] = 1 - \lambda t;$$

$$P_1(t) = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} - \frac{\lambda}{\lambda + \mu}[1 - (\lambda + \mu)t] = \lambda t.$$

Отсюда следует, что в начальный период эксплуатации коэффициент готовности примерно равен вероятности безотказной работы $P(t)$, а вероятность $P_1(t)$ — вероятности отказа $Q(t)$. Из выражений (4.3) следует, что $K_Г(t) = \mu t$; $P_1(t) = 1 - \mu t$. Поэтому, если в начальный период времени система была неработоспособна, то коэффициент готовности примерно равен вероятности восстановления $S(t)$, а вероятность $P_1(t)$ — вероятности отсутствия восстановления $1 - S(t)$.

МЕТОД, ОСНОВАННЫЙ НА ИСПОЛЬЗОВАНИИ ТЕОРИИ ГРАФОВ

Метод состоит в следующем:

1) составляется система дифференциальных уравнений, описывающих поведение устройства;

2) выбираются начальные условия решения задачи;

3) определяются вероятности застать изделие в исправном состоянии в любой момент времени и вероятности безотказной работы;

4) определяются в случае необходимости другие количественные характеристики надежности по аналитическим зависимостям, приведенным в разделе 1.

Рассмотрим эту методику на частном примере.

Пусть дано некоторое устройство, для повышения надежности которого применено общее постоянное резервирование. Известны:

- интенсивность перехода устройства из i-го состояния в $i - 1$ и $i + 1$;
- необходимое время работы устройства;
- кратность резервирования m;
- число обслуживающих бригад.

Необходимо вычислить вероятность безотказной работы $P(t)$ в течение времени t и вероятность того, что резервированное устройство будет исправно в любой момент времени t ($K_Г(t)$).

Решение. Сделаем следующие допущения:

- длительность безотказной работы и время восстановления отдельных элементов подчиняется экспоненциальному закону;
- при отказе одного устройства оно сразу же отправляется на восстановление и ожидает очереди на обслуживание, если все ремонтные бригады заняты, или немедленно начинается процесс восстановления, если очереди на восстановления нет.

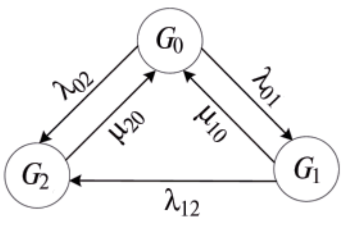


Рис. 4.1. Граф состояний резервированной восстанавливаемой системы

При указанных выше допущениях функционирование резервированного устройства можно представить графом, изображенным на рис. 4.1.

Узлам графа соответствуют состояния системы (0, 1, 2, ..., m + 1), а ветвям — возможные переходы из одного состояния в другое.

Искомая система дифференциальных уравнений может быть составлена с помощью графа по следующим правилам. Производная вероятности состояния равна сумме стольких слагаемых, сколько стрелок связано с этим состоянием. Каждое слагаемое равно произведению интенсивности потока событий, переводящего систему по данной стрелке, на вероятность того состояния, из которого исходит стрелка. Слагаемое имеет знак минус, если стрелка исходит из данного состояния, а знак плюс — если стрелка направлена в данное состояние. Полученная система уравнений называется *системой уравнений Колмогорова*.

Для графа состояний (рис. 4.1) получим следующую систему дифференциальных уравнений.

$$\begin{cases} \dfrac{dP_0(t)}{dt} = -\lambda_{01}P_0(t) - \lambda_{02}P_0(t) + \mu_{10}P_1(t) + \mu_{20}P_2(t), \\ \dfrac{dP_1(t)}{dt} = \lambda_{01}P_0(t) - \mu_{10}P_1(t) - \lambda_{12}P_1(t), \\ \dfrac{dP_2(t)}{dt} = \lambda_{02}P_0(t) + \lambda_{12}P_1(t) - \mu_{20}P_2(t). \end{cases} \tag{4.5}$$

Надежность восстанавливаемого изделия, как правило, определяется при условии, что в момент включения все элементы исправны. Тогда

$$P_i(0) = \begin{cases} 1, \ i = 0, \\ 0, \ i \neq 0. \end{cases}$$

Начальные условия для рассматриваемого графа состояний: $P_0(0) = 1$; $P_1(0) = P_2(0) = 0$.

Система решается с помощью преобразований Лапласа или численными методами. При $t \to \infty$ производные $\dfrac{dP_i(t)}{dt} \to 0$ и система (4.5) превращается в однородную систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} -(\lambda_{01} + \lambda_{02})P_0(t) + \mu_{10}P_1(t) + \mu_{20}P_2(t) = 1, \\ \lambda_{01}P_0(t) - (\mu_{10} + \lambda_{12})P_1(t) = 0, \\ \lambda_{02}P_0(t) + \lambda_{12}P_1(t) - \mu_{20}P_2(t) = 0. \end{cases} \tag{4.6}$$

Правило Крамера дает нам решение такой системы в виде

$$P_i(t) = \frac{\Delta_i}{\Delta}, \tag{4.7}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} -(\lambda_{01}+\lambda_{02}) & \mu_{10} & \mu_{20} \\ \lambda_{01} & -(\mu_{10}+\lambda_{12}) & 0 \\ \lambda_{02} & \lambda_{12} & -\mu_{20} \end{vmatrix}, \tag{4.8}$$

где Δ — главный определитель системы; Δ_i — частный определитель, который находится из (4.8) заменой i-го столбца, коэффициентами стоящими в правых частях уравнений (4.6).

4.2. Типовые примеры и их решения

Пример 4.1. Коэффициент простоя $K_П = 0,1$. Интенсивность восстановления $\mu = 0,1 \cdot 10^{-3}$ 1/ч. Определить вероятность отказа системы за 100 ч работы, если справедлив экспоненциальный закон надежности.

Решение. Для решения данной задачи воспользуемся следующими соотношениями:

$$K_П = 1 - K_Г; \quad K_Г = \frac{\mu}{\lambda+\mu}; \quad Q(t) = 1 - e^{-\lambda t}.$$

Определим интенсивность отказов системы

$$\lambda = \frac{\mu(1-K_Г)}{K_Г} = \frac{\mu K_П}{1-K_П} = \frac{0,1 \cdot 10^{-3} \cdot 0,1}{1-0,1} = 0,1 \cdot 10^{-4} \text{ (1/ч)}.$$

Определим вероятность отказа системы за время $t = 100$ ч работы

$$Q(100) = 1 - e^{-0,1 \cdot 10^{-4} \cdot 100} = 0,001.$$

Пример 4.2. Аппаратура имела среднюю интенсивность отказа $\lambda = \text{const} = 0,001$ 1/ч и среднее время восстановления $\bar{T}_В = 1$ ч. Определить коэффициент готовности $K_Г$ и вероятность отказа аппаратуры за 1 ч работы. Справедлив основной закон надежности.

Решение. Для решения данной задачи воспользуемся следующими соотношениями:

$$K_Г = \frac{\mu}{\lambda+\mu}; \quad \bar{T}_О = \frac{1}{\lambda}; \quad Q(t) = 1 - e^{-\lambda t}.$$

Определим коэффициент готовности аппаратуры

$$K_{\Gamma} = \frac{\mu}{\lambda + \mu} = \frac{1}{\lambda \cdot \overline{T}_{\text{в}} + 1} = \frac{1}{0{,}001 + 1} = 0{,}999.$$

Определим вероятность отказа аппаратуры за время $t = 1$ ч

$$Q(t) = 1 - e^{-\lambda t} = 1 - e^{-0{,}001} = 0{,}001.$$

Пример 4.3. Коэффициент готовности изделия $K_{\Gamma} = 0{,}9$. Среднее время восстановления $\overline{T}_{\text{в}} = 100$ ч. Найти вероятность безотказной работы устройства за 10 ч, если справедлив экспоненциальный закон надежности.

Решение. Для решения данной задачи воспользуемся следующими соотношениями:

$$K_{\Gamma} = \frac{\mu}{\lambda + \mu}; \quad \overline{T}_{\text{в}} = \frac{1}{\mu}; \quad P(t) = e^{-\lambda t}.$$

Определим интенсивность отказов системы

$$\lambda = \frac{\mu(1 - K_{\Gamma})}{K_{\Gamma}} = \frac{1 - K_{\Gamma}}{\overline{T}_{\text{в}} \cdot K_{\Gamma}} = \frac{1 - 0{,}9}{100 \cdot 0{,}9} = 0{,}001 \ (1/\text{ч});$$

$$P(10) = e^{-\lambda \cdot 10} = e^{-0{,}01} = 0{,}99.$$

ОГЛАВЛЕНИЕ

Учебное издание

ОСНОВЫ РАБОТОСПОСОБНОСТИ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Учебное пособие для вузов